Tabellen
für
Jedermann

Von

Arthur Wagner

❖

Inhalt:

	Seite		Seite
1. Grundrechnungsarten	2	18. Berechnung regelmäßig. Vielecke	20
2. Bruchrechnung	3	19. Berechnung von Bogenlängen, Sehnen, Inhalte der Kreisabschnitte usw.	20
3. Allgemeine Prozentrechnung	4	20. Eigengewichte wichtiger Werkstoffe	20
4. Gewichtsrechnung	4	21. Ausziehen der Quadratwurzel	21
5. Rabattrechnung	4	22. Pythagoreischer Lehrsatz	21
6. Zinsrechnung	5	23. Benutzung des Rechenschiebers	22
7. Mischungsrechnung	6	24. Geometrische Konstruktionen	23
8. Verhältnis- und Gesellschaftsrechnung	6	25. Kranken-, Invaliditäts- und Hinterbliebenen-Versicherung	26
9. Diskontrechnung	6	26. Angestelltenversicherung	29
10. Zinseszins- u. Amortisationstabelle	7	27. Unfallversicherung	30
11. Multiplikationstabelle	8	28. Wichtige Merkmale über die Einkommensteuer	31
12. Algebra	9	29. Gewerbe- und Umsatzsteuer	32
13. Maße und Gewichte	12 u. 33	30. Münztabelle	33
14. Quadrat u. Kubustabelle usw.	13	31. Post- und Eisenbahntarife nebst Beispielen	34
15. Formeln und Beispiele für die Flächenberechnung	14		
16. Formeln und Beispiele für die Körperberechnung	16		
17. Verbindungen mit pi	19		

Mit vielen Rechenbeispielen

Zweite, vermehrte und verbesserte Auflage

9.—20. Tausend

Preis 45 Pf.

Verlag Gebrüder Jänecke, Hannover, Osterstraße 88/89

Nachdruck, auch auszugsweise, verboten

Grundrechnungsarten.

Grundlage des Rechnens ist die Zahlenreihe. Zahlzeichen (Ziffern) und Zahlwörter dienen zur Unterscheidung der einzelnen Zahlen. — Unbenannte Zahlen: 2, 3, 11, 509. Benannte Zahlen: 4 M, 3 kg, 10 t.
Grundsatz des Zehnersystems: (10 Finger an beiden Händen) Zehn Einheiten einer Ordnung bilden eine Einheit der nächsthöheren Ordnung. Demnach: 10 E = 1 Z; 10 Z = 1 H; 10 H = 1 T; 10 T = 1 Zt; 10 Zt = 1 Ht; 10 Ht = 1 M; 1000 M = 1 Milliarde. (Abkürzung: E = Einer; Z = Zehner; H = Hunderter; T = Tausender; Ht = Hunderttausend. usw.)
Römische Zahlen: I, II, III, IV, V, VI, VII, VIII, IX, X, XI, XII, XX, XXX, XL, L, LX, LXX, LXXX, XC, C

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	20	30	40	50	60	70	80	90	100
C	CC	CCC	D	DC	CM	M														
100	200	300	500	600	900	1000														

Beispiel: MDCCCIC = 1899; MCMXXVII = 1927.

Gesetz für das Lesen römischer Zahlen: Steht eine kleinere Zahl hinter einer größeren (MC = 1100), so wird sie zugezählt. Steht eine kleinere Zahl vor (CM = 900) einer größeren, so wird sie abgezogen.

Addition:
Summand und (plus) Summand gleich Summe
15 + 16 = 31

Addieren oder Zusammenzählen — heißt, eine Zahl suchen, die so viel Einheiten hat wie die gegebenen Zahlen zusammen.

Subtraktion:
Minuend weniger (minus) Subtrahend gleich Differenz
31 − 15 = 16

Subtrahieren oder Abnehmen — heißt, aus der Summe zweier Zahlen (31) und einem Summanden (15) den anderen Summanden (16) suchen.

Multiplikation:
Faktor mal Faktor gleich Produkt
9 · 4 = 36
oder 4 · 9 = 36

Multiplizieren, Malnehmen oder Vervielfältigen — heißt, eine Zahl (9) so oft als Faktor setzen, als die andere (4) angibt.

Division:
Dividend durch Divisor gleich Quotient
36 : 9 = 4

Dividieren oder Teilen, Messen oder Enthaltensein — heißt, aus dem Produkt zweier Zahlen (36) und einem Faktor (9) den anderen Faktor (4) suchen.

Einteilung der Zahlen: 1. Ganze Zahlen: 6, 18, 25, 2983
2. Gebrochene Zahlen: a) Dezimalzahlen (Dezimalbrüche): 0,3; 0,25; 0,185
b) Gemeine Brüche: $^3/_4$, $^9/_{10}$, $^2/_{15}$, $^5/_{16}$.

Addition:

1. Die Einer stehen untereinander:
983
315
1465
4
28
2795

2. Komma steht unter Komma:
2,35 + 16,1 + 39,487 =
2,35
+ 16,1
+ 39,487
57,937

Zähle zusammen:
3 m 35 cm, 14 m 6 cm, 28 m 14 cm, 9 m 7 cm, 36 m 22 cm
3,35 m
14,06 „
28,14 „
9,07 „
36,22 „
90,84 m

Man schreibt für:

1,3 = 1,30 = 1,300	3 kg 125 g = 3,125 kg
2 = 2,00 = 2,000	1 m 4 cm = 1,04 m
4,47 = 4,470	3 hl 5 l = 3,05 hl
= 4,4700	2 km 15 m = 2,015 km
	2 M 3 Pf. = 2,03 M

Man rundet ab:
2,756 = 2,76
4,452 = 4,45
9,67 = 9,7

Subtraktion:

Ohne Verwandlung:

49 687	18,972
−25 643	− 5,641
24 044	13,331

Mit Verwandlung:

2.8.4.26	3.4.5.10.10
−1 9 8 3 5	−1 7 ,8 4 5
8 5 9 1	16,655

Ergänzungsverfahren.
(Kaufmännisches Rechnen)

	Subtrahend + Ergänzung = Minuend				
1. 965	2	+	3	=	5
−432	3	+	3	=	6
533	4	+	5	=	9
2. 735	6	+	9	=	(1)5
−586	(1+8)	+	4	=	(1)3
149	(1+5)	+	1	=	7

Beispiel:
Berechne das Nettogewicht:
Brutto 9,15 kg
Tara 1,125 „ (Hülle)

Lösung:
9,150 kg
−1,125 „
Netto 8,025 kg

Multiplikation:

1. Beispiel: 9 · 8 = 72 oder 8 · 9 = 72
Die Faktoren können vertauscht werden.

2. Beispiel: 10 · 12 = 120; 100 · 81 = 8100; 1000 · 24 = 24000

Man multipliziert eine Zahl mit 10, 100, 1000 usw., indem man so viel Nullen hinzufügt, wie der Multiplikand Nullen hat.

3. Beispiel:
10 · 3,6 = 36
100 · 14,756 = 1475,6
1000 · 0,07 = 70
10000 · 1,45 = 14500

Eine Dezimalzahl wird mit 10, 100, 1000 usw. multipliziert, indem das Komma so viel Stellen nach rechts gerückt wird, wie der Multiplikand Nullen hat.

1. Schreibform:	2. Schreibform:		Quadratzahlen
426	25,3 · 1,23	287 · 28	11 · 11 = 121
× 35	369	2296	12 · 12 = 144
2130	615	574	13 · 13 = 169
1278	246	8036	14 · 14 = 196
14910	31,119		15 · 15 = 225
			16 · 16 = 256
			17 · 17 = 289
			18 · 18 = 324
			19 · 19 = 361
			20 · 20 = 400

Man multipliziert mit dem Faktor, durch den die geringste Anzahl Teilprodukte entsteht.

Man rechnet:
14 · 15
14 + 5 = 19 · 10 = 190
+ 20 (4·5) = 210

Beispiel: Ein Radfahrer fährt in 1 Minute 295 m. Welche Strecke legt er in 1 Stunde 35 Minuten zurück?
295 m · 95
1475
2655
28025 m = 28 km 25 m.

Division.

1. Beispiel: $480:10=48$; $9200:100=92$ usw. Man dividiert eine Zahl durch 10, 100, 1000 usw., indem man so viel Nullen abstreicht, wie der Divisor Nullen hat.

1. $39256:4=9814$ oder $\begin{array}{r}39256:4\\=9814\end{array}$

2. $\begin{array}{r}45027:9=5003\\027\end{array}$ 3. $\begin{array}{r}75{,}35\ \mathcal{M}:5=15{,}07\ \mathcal{M}\\25\end{array}$

4. Abgekürztes Teilen:
$$\begin{array}{r|l}75234:198=379{,}96\\1583\\\hline1974\\\hline1920\\\hline1380\\\hline1920\end{array}$$

Merke: 1. Vergiß in der Antwort nicht die Null, wenn nicht geteilt werden kann.
2. Der Rest muß immer kleiner sein als der Divisor.

2. Beispiel: $2{,}4:10=0{,}24$; $9{,}58:100=0{,}0958$; $175{,}65:1000=0{,}17565$; $39{,}45:10000=0{,}003945$

Eine Dezimalzahl wird durch 10, 100, 1000 usw. dividiert, indem das Komma so viel Stellen nach links gerückt wird, wie der Divisor Nullen hat.

1. $\begin{array}{r}43:0{,}6\\=430:6=71\frac{2}{3}\end{array}$ | 2. $\begin{array}{r}7203:0{,}07\\=720300:7=102900\end{array}$

3. $\begin{array}{r}47{,}5:1{,}25\\=4750:125=38\end{array}$ | 4. $\begin{array}{r}6{,}248:0{,}04\\624{,}8:4=156{,}2\end{array}$

Regel: Ist der Divisor eine Dezimalzahl, so muß er durch Multiplizieren mit 10, 100, 1000 usw. zu einer ganzen Zahl gemacht werden. Der Dividend muß mit der gleichen Zahl malgenommen werden.

Bruchrechnung.

Gemeine Brüche:

1) Echte Brüche: $\frac{3}{4}$, $\frac{5}{6}$, $\frac{1}{2}$, $\frac{4}{5}$ | $\frac{4}{5}=\frac{\text{Zähler}}{\text{Nenner}}$
2) Unechte Brüche: $\frac{12}{5}$, $\frac{17}{8}$, $\frac{20}{3}$
$3\frac{1}{3}=\frac{10}{3}$; $5\frac{1}{2}=\frac{11}{2}$; $7\frac{3}{8}=\frac{59}{8}$

Erweitern: (mit 3) $\frac{1}{2}=\frac{3}{6}$; (mit 4) $\frac{1}{2}=\frac{4}{8}$ usw.
(mit 3) $\frac{2}{5}=\frac{6}{15}$; (mit 4) $\frac{2}{5}=\frac{8}{20}$ usw.

Kürzen: $\frac{10}{15}$ (durch 5) $=\frac{2}{3}$; $\frac{12}{15}$ (durch 3) $=\frac{4}{5}$ usw.

Gleichnamig machen:
$\frac{3}{4}+\frac{4}{5}$ (Nenner)
4tel u. 5tel ergeben
20stel (Hauptnenner)
$\frac{3}{4}=\frac{15}{20}$, $\frac{4}{5}=\frac{16}{20}$

Beispiel: $\frac{1}{2}$, $\frac{2}{5}$, $\frac{3}{8}$, $\frac{3}{4}$
Nenner zerlegen:
$\frac{1}{2}=(2)$
$\frac{2}{5}=5$
$\frac{3}{8}=2\cdot2\cdot2$
$\frac{3}{4}=(2\cdot2)$
Ergebnis: Nenner 2 u. 4 geht in Nenner 8 auf, demnach Hauptnenner $5\cdot8=40$
Es ergibt:
$\frac{1}{2}=\frac{20}{40}$, $\frac{2}{5}=\frac{16}{40}$, $\frac{3}{8}=\frac{15}{40}$, $\frac{3}{4}=\frac{30}{40}$

Addition:

Nur die Zähler der Brüche werden zusammengezählt.

1. Beispiel: 45

$\begin{array}{l|l}2/3 & 45:3=15,\cdot2=30\\+\ 3/5 & 45:5=9,\cdot3=27\\+\ 4/9 & 45:9=5,\cdot4=20\\+\ 1/15 & 45:15=3,\cdot1=3\\\hline 17/9 & 80:45\end{array}$
$=135/45=17/9$

2. Beispiel: $\overset{24}{}$

$\begin{array}{l|l}5\frac{1}{2} & 12\\+\ 2\frac{7}{8} & 21\\+\ 3\frac{1}{3} & 8\\+\ 1\frac{5}{12} & 10\\\hline 13\frac{1}{8} & 51:24=2\frac{1}{8}\end{array}$
$11+2\frac{1}{8}=13\frac{1}{8}$

Subtraktion:

1. Beispiel: Ohne Verwandlung

$\begin{array}{l|l}\overset{9}{} & \text{(gleichnamig machen und abziehen)}\\535/9 & 5\\-152/9 & 2\\\hline=383/3 & 3:9=1/3\end{array}$

2 Beispiel: Mit Verwandlung

$\begin{array}{l|l}\overset{20}{} & \\27\ 3/5 & 12 \quad 32\ (20+12)\\-16\ 3/4 & 15 \quad 15\\\hline=10\ 17/20 & 17:20=17/20\end{array}$

Multiplikation:

1. Beispiel: Bruch mal ganze Zahl, ohne Kürzung (Zähler × Zähler und Nenner × Nenner) $3/4\cdot15=\frac{3\cdot15}{4}=\frac{45}{4}=11\frac{1}{4}$

2. Beispiel: Bruch mal ganze Zahl, mit Kürzung
$\frac{7/9\cdot24=7/(9)3\cdot(24)8}{\text{(9 und 24 durch 3 teilbar)}}=\frac{7\cdot8}{3}=56/3=18\frac{2}{3}$

3. Beispiel: Bruch mal Bruch
$5/7\cdot3/8=15/56$; $2\frac{2}{5}\cdot3\frac{1}{2}=\frac{12\cdot7}{5\cdot2}=\frac{42}{5}=8\frac{2}{5}$

Division:

1. Beispiel: Ganze Zahl durch Bruch (Bruch umkehren, dann malnehmen) $24:2/11=\frac{24\cdot11}{2}=132$

2. Beispiel: Bruch durch eine ganze Zahl (Nenner × ganze Zahl) $4/9:3=4/27$; $26/7:5=\frac{20}{7\cdot5}=4/7$

3. Beispiel: Bruch durch Bruch (Divisorbruch umkehren und malnehmen)
$5/6:3/8=\frac{5\cdot8}{6\cdot3}=\frac{20}{9}=2\frac{2}{9}$; $5\frac{1}{2}:2\frac{3}{5}=\frac{11\cdot5}{2\cdot13}=\frac{55}{26}=2\frac{3}{26}$

Verwandlung gemeiner Brüche in Dezimalbrüche:

Aus einem gemeinen Bruch wird ein Dezimalbruch, wenn man den Zähler durch den Nenner dividiert.

$5/8=5:8=0{,}625$ (endlicher Dezimalbruch)
$2/3=2:3=0{,}666\ldots.$ (rein periodischer Dezimalbruch)
$1/6=1:6=0{,}166\ldots.$ (gemischt periodischer Dez.-Bruch)

Verwandlung von Dezimalbrüchen in gemeine Brüche:

1. Endliche Dezimalbrüche
$0{,}4=4/10=2/5$; $0{,}25=25/100=1/4$ $0{,}615=615/1000=123/200$

2. Rein periodische Dezimalbrüche

$0{,}666\ldots$	$0{,}1818\ldots.$
10fache $=6{,}666$	100fache $=18{,}1818$
1fache $=0{,}666$	1fache $=0{,}1818$
9fache $=6$	99fache $=18$
1fache $=6/9=2/3$	1fache $=18/99=2/11$

Der Zähler ist gleich der Periode, der Nenner hat so viel Neunen, wie die Periode Stellen hat.

3. Gemischt periodische Dezimalbrüche:

$0{,}56363\ldots$	$0{,}4222\ldots.$
1000fache $=563{,}6363\ldots.$	100fache $=42{,}222$
10fache $=5{,}6363\ldots.$	10fache $=4{,}222$
990fache $=558$	90fache $=38$
1fache $=558/990=62/111$	1fache $=38/90=19/45$

Verwandlung gemeiner Brüche und Dezimalbrüche:

1. $3/8+3{,}5=3/8+3\frac{1}{2}=3/8+3\frac{4}{8}=3/8+28/8=37/8$

2. $7{,}7\ \text{kg}-2\frac{2}{5}=7\frac{7}{10}\ \text{kg}-2\frac{4}{10}\ \text{kg}=5\frac{3}{10}\ \text{kg}$
$3{,}75\ \mathcal{M}-1\frac{2}{5}\ \mathcal{M}=3{,}75\ \mathcal{M}-1{,}40\ \mathcal{M}=2{,}35\ \mathcal{M}$

3. $0{,}9\cdot3/8=\frac{9\cdot3}{10\cdot8}=\frac{27}{80}$ | $0{,}16\ \mathcal{M}\cdot5/8=\frac{16\cdot5}{100\cdot8}=\frac{2}{20}=1/10\ \mathcal{M}$

4. $7/11:0{,}35=\frac{7\cdot100}{11\cdot35}=\frac{20}{11}=1\frac{9}{11}$ | $1.2:2/3=\frac{12\cdot3}{10\cdot2}=\frac{18}{10}=1\frac{4}{5}$

Allgemeine Prozentrechnung.

Regel: Der Prozentsatz ist gleich dem Prozentwert für den Grundwert 100.

Prozent heißt: für 100 (pro cent).
$100\,\% = 450\,\mathcal{RM}$, $1\,\% = 4{,}50\,\mathcal{RM}$.
$1\,\%$ ist der 100ste Teil des Grundwertes.

Beispiel: Der Mietpreis einer Werkstatt, der früher 450 $\mathcal{RM}$ betrug, ist nach dem vorgenommenen Umbau auf 500 $\mathcal{RM}$ festgesetzt. Wieviel $\%$ (oder wieviel vom Hundert) beträgt die Steigerung?

Lösung: Bei 450 $\mathcal{RM}$ = 50 $\mathcal{RM}$ Steigerung.

„ 1 „ $= \frac{50}{450}$ „ „

„ 100 „ $= \frac{50 \cdot 100}{450} = 11\frac{1}{9}\,\mathcal{RM} = 11\frac{1}{9}\,\%$

450 $\mathcal{RM}$ = Grundwert. 50 $\mathcal{RM}$ = Prozentwert.
$11\frac{1}{9}$ = Prozentsatz.

$12\frac{1}{2}\,\% = \frac{1}{8}$
$16\frac{2}{3}\,\% = \frac{1}{6}$
$20\ \% = \frac{1}{5}$
$25\ \% = \frac{1}{4}$
$33\frac{1}{3}\,\% = \frac{1}{3}$
$66\frac{2}{3}\,\% = \frac{2}{3}$
$50\ \% = \frac{1}{2}$
$75\ \% = \frac{3}{4}$
} des Grundwerts

1. Der Prozentwert wird gesucht.

Beispiel: Wieviel sind 8 $\%$ von 600 $\mathcal{RM}$?

Lösung: $100\,\% =$ 600 $\mathcal{RM}$

$1\,\% = \frac{600}{100} =$ 6 $\mathcal{RM}$

$8\,\% = 8 \cdot 6 =$ 48 $\mathcal{RM}$

2. Der Prozentsatz wird gesucht.

Beispiel: 125 kg Kupfer verlieren b. Schmelzen 4 kg. Wieviel Prozent sind das?

Lösung:

125 kg = 4 kg
100 „ = ?

$\frac{4 \cdot 100}{125} = 3{,}2\ \text{kg} = 3{,}2\,\%$

3. Der Grundwert wird gesucht.

Beispiel: Bei einem Konkurse erhalten die Gläubiger 23 $\%$ ihrer Forderungen, das sind 11 454 $\mathcal{RM}$. Wie hoch waren die Gesamtforderungen?

Lösung:
$23\,\% = 11\,454\ \mathcal{RM}$
$1\,\% = 11454 : 23 = 498\ \mathcal{RM}$
$100\,\% = 100 \cdot 498$
$= 49\,800\ \mathcal{RM}$

Promillerechnung.

Schreibweise $0/00$ (pro mille, d. h. für 1000).

Beispiel: Ein Meister versichert sein Gesamtinventar zu $1\,1/4\,0/00$. Wieviel Prämie hat er zu zahlen, wenn die Versicherungssumme 8800 $\mathcal{RM}$ beträgt?

Lösung:

für 1000 = 1,25 $\mathcal{RM}$ $\left(= \frac{5}{4}\,\mathcal{RM}\right)$
„ 8800 = ?

mithin $\frac{5 \cdot 8800}{4 \cdot 1000} = 11\ \mathcal{RM}$

Gewichtsrechnung.

Bruttogewicht = Gewicht der Ware mit Verpackung.
Nettogewicht = „ „ „ ohne „
Tara = „ „ Verpackung.

Brutto	Tara	Netto
‖	‖	‖
Grundwert.	Verminderung.	Verminderter Grundwert.

1. Beispiel: Eine Kiste mit Installationsartikeln wiegt einschl. der Verpackung $173\frac{1}{2}$ kg. Die Verpackung beträgt 17 kg. Wieviel wiegt der Inhalt?

Lösung: $173\frac{1}{2}$ kg (Brutto) — 17 kg (Tara) $= 156\frac{1}{2}$ kg (Netto).

2. Beispiel: Eine Sendung Weißblech wiegt mit Verpackung 75 kg, die Verpackung allein $5\frac{1}{2}$ kg. Wieviel $\%$ beträgt die Tara?

Lösung:

75 kg = $5\frac{1}{2}$ kg
100 „ = ?

mithin $\frac{11 \cdot 100}{2 \cdot 75} = \frac{22}{3} = 7\frac{1}{3}\,\%$

3. Beispiel: Das Bruttogewicht einer Sendung Steinschrauben beträgt 240 kg, die Tara 3 $\%$. Wie groß ist der Rechnungsbetrag, wenn 1 kg mit 1,90 $\mathcal{RM}$ berechnet ist?

Lösung:
240 kg Brutto — (3 $\%$) 7,2 kg Tara = 232,8 kg Netto
232,8 kg zu je 1,90 $\mathcal{RM}$ = 232,8 · 1,90 = 442,32 $\mathcal{RM}$

Bezugspreis = Betrag der Rechnung + Spesen (Fracht, Zoll, Rollgeld, Lagermiete, Abfuhrkost. usw.).
Selbstkostenpreis = Bezugspreis + Geschäftsunkosten (Ladenmiete, Ausgaben für Heizung, Beleuchtung, Lohn, Bürobedarf, Steuern usw.).
Verkaufspreis = Selbstkostenpreis + Gewinn
oder „ · — Verlust

1. Beispiel: Der Rechnungsbetrag beträgt 88 $\mathcal{RM}$, die Spes. = $12\frac{1}{2}\,\%$. Berechne d. Bezugspreis.

Lösung:
$12\frac{1}{2}\,\%$ von 88 $\mathcal{RM}$ = $\frac{1}{8}$ von 88 oder $\frac{88 \cdot 25}{100 \cdot 2} = 11\,\mathcal{RM}$,
folglich 88 $\mathcal{RM}$ + 11 $\mathcal{RM}$ = 99 $\mathcal{RM}$ Bezugspreis.

2. Beispiel: Der Bezugspreis ist 120 $\mathcal{RM}$, die Geschäftsunkosten betragen $16\frac{2}{3}\,\%$. Berechne den Selbstkostenpreis.

Lösung:
$16\frac{2}{3}$ von 120 $\mathcal{RM}$ = $\frac{1}{6}$ von 120 $\mathcal{RM}$ od. $\frac{120 \cdot 50}{100 \cdot 3} = 20\ \mathcal{RM}$,
folglich 120 $\mathcal{RM}$ + 20 $\mathcal{RM}$ = 140 $\mathcal{RM}$ Selbstkostenpreis.

3. Beispiel: Der Selbstkostenpreis beträgt 231 $\mathcal{RM}$, der Gewinn $33\frac{1}{3}\,\%$. Berechne den Verkaufspreis.

Lösung:
$33\frac{1}{3}\,\%$ v. 231 $\mathcal{RM}$ = $\frac{1}{3}$ v. 231 $\mathcal{RM}$ od. $\frac{231 \cdot 100}{100 \cdot 3} = 77\ \mathcal{RM}$,
folglich 231 $\mathcal{RM}$ + 77 $\mathcal{RM}$ = 308 $\mathcal{RM}$ Verkaufspreis.

Rabattrechnung.

Rechnungssumme (Schuldsumme) = Grundwert.
Rabatt = Abzug oder Verminderung.
Barzahlung = Verminderter Wert.
Anmerkung: Zahlt jemand, ehe die Zahlungsfrist abgelaufen ist, so nennt man den Abzug Skonto, wenn die Zeit unberücksichtigt bleibt, Diskont, wenn die Zeit mitspricht.

1. Beispiel: Ein Schlossermeister kauft Eisenbleche zum Preise von 168 $\mathcal{RM}$. Da er bar bezahlt, erhält er $12\frac{1}{2}\,\%$ Rabatt. Wie teuer sind die Eisenbleche?

Lösung: $12\frac{1}{2}\,\%$ von 168 $\mathcal{RM}$ = $\frac{1}{8}$ von 168 $\mathcal{RM}$
oder $\frac{168 \cdot 25}{100 \cdot 2} = 21\ \mathcal{RM}$
folglich 168—21 = 147 $\mathcal{RM}$ Barzahlung.

2. Beispiel: Ein Maurermeister bezieht für 356 $\mathcal{RM}$ Schamottesteine, zahlbar nach 3 Monaten. Da er gleich bezahlt, bekommt er 6 $\%$ Skonto. Welchen Betrag hat er einzuschicken?

Lösung:
$6\,\%$ von 356 $\mathcal{RM}$ = $\frac{356 \cdot 6}{100}$ = 21,36 $\mathcal{RM}$ Skonto
folglich 356—21,36 = 334,64 $\mathcal{RM}$ an Zahlung.

3. Beispiel: Ein Klempnermeister verkauft am 1. Oktober an ein Bankgeschäft einen Wechsel über 750 $\mathcal{RM}$, der am 1. Januar fällig ist. Wieviel bekommt er ausgezahlt, wenn 6 $\%$ Diskont für das Jahr berechnet werden?

Lösung:
Für 1 Jahr = 6 $\%$, für $\frac{1}{4}$ Jahr = 6 : 4 = $1\frac{1}{2}\,\%$,
folgl. $1\frac{1}{2}\,\%$ von 750 $\mathcal{RM}$ = $\frac{750 \cdot 3}{100 \cdot 2} = 11{,}25\ \mathcal{RM}$ Diskont
750 — 11,25 = 738,75 $\mathcal{RM}$

Zinsrechnung.

A. Berechnung der Zinsen.

Anmerkung: Der Zinsfuß gibt an, wieviel Zinsen für 100 RM in einem Jahre gezahlt werden.

1. Jahreszinsen.

Beispiel: Klempnermeister G. leiht 830 RM auf 3 Jahre und muß sie mit 7% verzinsen. a) Wieviel Zinsen zahlt er jährlich? b) Wieviel zahlt er in 3 Jahren?

Lösung:

a) 1% = 8,30 RM jährlich
7% = 8,30·7 = **58,10 RM** jährl.

b) In 3 Jahren
58,10 · 3 = **174,30 RM**

Kürzer:

$\frac{830 \cdot 7}{100} = 58{,}10$ RM

$\frac{830 \cdot 7 \cdot 3}{100} = 174{,}30$ RM

Regel: Jahreszinsen $= \frac{\text{Kapital}}{100} \times$ Prozent $\times$ Jahr

2. Monatszinsen.

Beispiel: Eine Hypothek von 4000 RM muß mit 5% verzinst werden. Wieviel Zinsen sind vierteljährlich zu entrichten?

Lösung:

1% = 40 RM Zinsen jährlich
5% = 40 · 5 = 200 RM Z. jährl.

Für 1 Mon. $= \frac{200}{12}$ RM Zinsen

„ 3 „ $= \frac{200 \cdot 3}{12} = 50$ RM

Kürzer:

$\frac{4000 \cdot 5 \cdot 3}{100 \cdot 12} = 50$ RM

Regel: Monatszinsen $= \frac{\text{Kapital}}{100} \times$ Prozent $\times \frac{\text{Mon.}}{12}$

3. Tageszinsen. Das Jahr wird zu 360 Tagen gerechnet. Der 1. Tag wird nicht gezählt, nur der letzte. z. B. vom 2. 4.—28. 4. = 26 Zinstage.

Beispiel: Wieviel Zinsen bringen 750 RM zu 5% vom 1. Januar bis 11. Februar?

Lösung: Zinsen für 360 Tage $= \frac{750 \cdot 5}{100}$

„ „ 1 Tag $= \frac{7{,}50 \cdot 5}{360}$

„ „ 40 Tage $= \frac{7{,}50 \cdot 5 \cdot 40}{360} = 4{,}17$ RM

1. Regel: Tageszinsen $= \frac{\text{Kapital}}{100} \times \text{Prozent} \times \frac{\text{Tage}}{360}$

$\frac{\text{Kapital}}{100} \times \text{Tage} =$ **Zinszahl**

$\frac{360}{\text{Prozente}} =$ **Zinsdivisor**

2. Regel: Tageszinsen $= \frac{\text{Zinszahl}}{\text{Zinsdivisor}}$

B. Berechnung des Zinsfußes.

1. Beispiel: 550 RM bringen in 3 Jahren 99 RM Zinsen. Zu wieviel % sind sie ausgeliehen?

Lösung: In 3 Jahren 99 RM Zinsen

„ 1 Jahre $\frac{99}{3} = 33$ RM Zinsen

550 RM = 33 RM Zinsen
100 „ = ?

$\frac{33 \cdot 100}{550} = 6\%$

2. Beispiel: 800 RM bringen in 25 Tagen 3,89 RM Zinsen. Zu wieviel % sind sie ausgeliehen?

Lösung: In 25 Tagen = 3,89 RM Zinsen

„ 360 „ $= \frac{3{,}89 \cdot 360}{25} = 56$ RM Zinsen,

mithin $\frac{56 \cdot 100}{800} = 7\%$

Regel: Die Zinsen müssen erst für 1 Jahr berechnet werden.

Prozentsatz $= \frac{\text{Jahreszinsen} \times 100}{\text{Kapital}}$

C. Berechnung des Kapitals.

1. Beispiel: Welches Kapital muß bei 5% erspart werden, damit später jährlich 1200 RM Zinsen verbraucht werden können?

Lösung:

Zu 5 RM jährliche Zinsen gehören 100 RM Kapital,
zu 1200 RM jährliche Zinsen gehören ? RM Kapital?

$\frac{100 \cdot 1200}{5} = 24\,000$ RM

2. Beispiel: Welches Kapital bringt zu 6% in 5 Jahren 900 RM einfache Zinsen?

Lösung: In 5 Jahren 900 RM Zinsen,

„ 1 „ $\frac{900}{5}$ „ „

Zu 6 RM Zins. geh. 100 RM Kap. | $\frac{100 \cdot 900}{6 \cdot 5} = 3000$ RM

$\frac{900}{5}$ „ „ „ ? „ ?

3. Beispiel: Geselle M. bekommt monatlich 26,50 RM Rente. Welches Kapital gehört dazu, um bei 4% ebensoviel Zinsen zu erhalten?

Lösung: In 1 Mon. = 26,50 RM Zinsen

„ 12 „ (12 · 26,5) 318,00 „

Zu 4 RM Zinsen gehören 100 RM Kapital

318 „ „ „ ? „ „ ?

$\frac{100 \cdot 318}{4} = \frac{31\,800}{4} = 7950$ RM

Regel: Kapital $= \frac{\text{Jahreszinsen} \cdot 100}{\text{Prozentsatz}}$

Bei Sparkassen und Banken geschieht die Berechnung der Zinsen mit Zinszahlen und Zinsdivisor.

Gebräuchliche Zinsdivisoren: (z. B. 360 : 5% = 72)

2% = 180	3 1/3% = 108	3 3/4% = 96	6% = 60	10% = 36
3% = 120	3 3/5% = 100	4 1/2% = 80	8% = 45	12% = 30
4% = 90	4 4/5% = 75	5% = 72	9% = 40	

Beispiel: Ein Gehilfe bringt zur Sparkasse, die 5% Zinsen gibt, am 2. Februar 120 RM, am 14. April 90 RM, holt am 6. Juni 85 RM, bringt am 25. August 210 RM, holt am 18. Oktober 140 RM, bringt am 7. Dezember 50 RM. Wieviel Zinsen werden ihm am Ende des Jahres gutgeschrieben?

Datum	Eingezahlt	Abgehoben	Betrag	Zinstage	Zinszahlen
2. 2. 26	120,—	—	120,—	72	86
14. 4. 26	90,—	—	210,—	52	109
6. 6. 26	—	85,—	125,—	79	20
25. 8. 26	210,—	—	335,—	53	178
18. 10. 26	—	140,—	195,—	49	96
7. 12. 26	50,—	—	245,—	23	56
					545 : 72
					= 7,43 RM

Zinsrechnung (Fortsetzung).

D. Berechnung der Zeit.

1. Beispiel: In wieviel Jahren bringen 1500 ℳ bei $4\frac{1}{2}\%$ 90 ℳ Zinsen?

Lösung: 1500 ℳ bringen in 1 Jahr bei $4\frac{1}{2}\%$ = $67\frac{1}{2}$ ℳ Zinsen.
Zu $67\frac{1}{2}$ ℳ Zinsen ist 1 Jahr nötig,
zu 90 ℳ Zinsen sind ? Jahre nötig?

$$\frac{1 \cdot 2 \cdot 90}{135} = \frac{4}{3} = 1\frac{1}{3} \text{ Jahre}$$

2. Beispiel: In wieviel Monaten bringen 800 ℳ bei 6% 20 ℳ Zinsen?

Lösung: 800 ℳ bringen in 1 Jahr bei 6% = 48 ℳ Zinsen.

Zu 48 ℳ Zs. sind 12 Mon. nötig | $\frac{12 \cdot 20}{48} = 5$ Monate
„ 20 „ „ „ ? „ „ ?

3. Beispiel: In wieviel Tagen bringen 1000 ℳ bei $5\frac{1}{2}\%$ 5,50 ℳ Zinsen?

Lösung: 1000 ℳ bringen bei $5\frac{1}{2}\%$ in 1 Jahr = 55 ℳ Zinsen.

Zu 55 ℳ Zs. sind 360 Tage nötig | $\frac{360 \cdot 5{,}5}{55} = 36$ Tage
„ 5,50 „ „ „ ? „ „ ?

Regel: Die Zinsen müssen erst für 1 Jahr berechnet werden.

1. Zahl der Jahre	2. Zahl der Mon.	3. Zahl der Tage
$= \frac{\text{1 Jahr} \times \text{Zinsen}}{\text{Jahreszinsen}}$	$= \frac{\text{12 M.} \times \text{Zinsen}}{\text{Jahreszinsen}}$	$= \frac{\text{360 T.} \times \text{Zinsen}}{\text{Jahreszinsen}}$

Mischungsrechnung.

1. Beispiel: Weichlot besteht aus 10 Teilen Zinn und 15 Teilen Blei. Wieviel von jedem Metall sind zu 5 kg Weichblei erforderlich?

Lösung: 10 und 15 können durch 5 geteilt werden, d. h. die Zahlen verhalten sich wie 10:15 oder wie 2:3.
2 Teile + 3 Teile = 5 Teile; 5 kg : 5 (Teile) = 1 kg
Demnach ist **1 Teil = 1 kg Metall**
Vom Zinn sind 2 Teile = 2 · 1 kg = 2 kg nötig
„ Blei „ 3 „ = 3 · 1 „ = 3 „ „
zus. 5 kg

2. Beispiel: Hartes Silberschlaglot ist zusammengesetzt aus 72% Feinsilber, 25,5% Messing und 2,5% Kupfer. Wieviel kg von jedem Metall sind zu 2,5 kg notwendig?

Lösung: 72% + 25,5% + 2,5% ergeben 100%
100% = 2,5 kg = 2500 g; $1\% = \frac{2500}{100}$ g = 25 g
mithin 72 % Feinsilb. = 72 · 25 = 1800 g = 1,8 kg
25,5% Messing = 25,5 · 25 = 637,5 „ = 0,6375 „
2,5% Kupfer = 2,5 · 25 = 62,5 „ = 0,0625 „
zus. 2500 g = 2,5 kg

Verhältnis- und Gesellschaftsrechnung.

Anmerkung: Die Gesellschaftsrechnung wird angewandt z. B. bei Verteilung von Gewinnen oder Verlusten, von Waren oder Erbschaften.

1. Beispiel: Zwei Bauarbeiter heben zusammen 35 m³ Erde aus. Wieviel m³ hat jeder ausgehoben, wenn das Verhältnis ihrer Arbeit 2:3 betragen hat?

Lösung:

So oft (2 + 3) in 35 enthalten ist, erhält der eine Arbeiter 2×, der andere 3× m³.

Demnach: 35 : 5 = 7; 2 · 7 = 14; 3 · 7 = 21;
der eine Arbeiter = 14 m³; der andere 21 m³;
denn 14 + 21 = 35.

2. Beispiel: Zu einem Geschäft gibt A = 1/4, B = 1/3, C = 1/8 und D = 7/24 oder 2800 ℳ. Wieviel geben die andern?

Lösung:
A gibt 1/4 = 6/24 = 6 Teile
B „ 1/3 = 8/24 = 8 „
C „ 1/8 = 3/24 = 3 „
D „ 7/24 = 7/24 = 7 „
zusammen 24 Teile

1 Teil 2800 : 7 = 400 ℳ. A = 400 · 6 = 2400 ℳ,
B = 400 · 8 = 3200 ℳ, C = 400 · 3 = 1200 ℳ
und D = 2800 ℳ.

Diskontrechnung.

Anmerkung: Wird von einem Kunden die gekaufte Ware nach einiger Zeit bezahlt, so erhält er Kredit; er kauft auf Ziel. Gibt er sein Zahlungsversprechen schriftlich, so stellt er einen Wechsel aus, der nach 1/4 Jahr eingelöst werden muß. Wird der Wechsel vorher von einer Bank gegen bares Geld angenommen, so wird er diskontiert. Vor Ablauf der Frist besitzt er noch nicht den angegebenen Wert; die Bank zieht deshalb den Diskont ab, außerdem einen bestimmten Prozentsatz für die Bemühungen (Provision).

Beispiel:

Die Deutsche Bank diskontiert am 4. September einen Wechsel über 1200 ℳ, der erst am 4. Oktober fällig ist, mit 5% Diskont und 1/2% Provision. Wieviel zahlt sie für den Wechsel?

Lösung: Diskont für 30 Tage = $\frac{1200 \cdot 5 \cdot 30}{100 \cdot 360} = 5{,}00$ ℳ
Provision 1/2% von 1200 ℳ = 6,00 ℳ
Abzüge 11,00 ℳ
Die Bank zahlt 1200 ℳ − 11 ℳ = 1189 ℳ

Einfeszins-Tafel.

Ein Kapital von 1 Reichsmark wächst bei einer Verzinsung von

in Jahren	3 %	3½ %	4 %	4½ %	5 %	5½ %	6 %
	auf RM						
1	1,030	1,035	1,04	1,045	1,05	1,055	1,06
2	1,061	1,071	1,082	1,092	1,103	1,113	1,124
3	1,093	1,109	1,125	1,141	1,158	1,174	1,191
4	1,126	1,148	1,170	1,193	1,216	1,239	1,263
5	1,159	1,188	1,217	1,246	1,276	1,307	1,338
6	1,194	1,229	1,265	1,302	1,340	1,379	1,419
7	1,230	1,272	1,316	1,361	1,047	1,455	1,504
8	1,267	1,317	1,369	1,422	1,478	1,535	1,594
9	1,305	1,363	1,423	1,486	1,551	1,619	1,690
10	1,344	1,411	1,480	1,553	1,629	1,708	1,791
11	1,384	1,460	1,540	1,623	1,710	1,808	1,898
12	1,426	1,511	1,601	1,696	1,796	1,901	2,012
13	1,469	1,564	1,665	1,772	1,886	2,006	2,133
14	1,513	1,619	1,732	1,852	1,980	2,116	2,261
15	1,558	1,675	1,801	1,935	2,079	2,233	3,397
16	1,605	1,734	1,873	2,022	2,183	2,355	2,540
17	1,653	1,795	1,948	2,113	2,292	2,485	2,693
18	1,702	1,858	2,026	2,209	2,407	2,622	2,854
19	1,754	1,923	2,107	2,308	2,527	2,766	3,026
20	1,806	1,990	2,192	2,412	2,653	2,918	3,207
21	1,860	2,059	2,278	2,520	2,786	3,078	3,400
22	1,916	2,132	2,370	2,634	2,925	3,248	3,604
23	1,974	2,206	2,465	2,752	3,072	3,426	3,820
24	2,033	2,283	2,563	2,876	3,225	3,615	4,049
25	2,094	2,263	2,666	3,005	3,386	3,813	4,292
30	2,427	2,807	3,243	3,745	4,322	4,984	5,744
35	2,814	3,334	3,946	4,667	5,516	6,514	7,686
40	3,262	3,959	4,801	5,816	7,040	8,513	10,286
45	3,782	4,702	5,841	7,248	8,985	11,127	13,765
50	4,384	5,585	7,107	9,033	11,467	14,542	18,420

Der wagerechte Teilungsstrich zeigt die Anzahl der Jahre an, in der sich das Kapital verdoppelt.

Amortisations-Tafel.

Um ein Kapital von 1 Reichsmark zu tilgen, müssen bei einer Verzinsung von

in Jahren	1 %	2 %	3 %	3½ %	4 %	4½ %	5 %	5½ %	6 %
	am Ende eines jeden Jahres als Amortisationsanteil bezahlt werden								
1	1,01	1,02	1,03	1,035	1,04	1,045	1,05	1,055	1,06
2	0,508	0,515	0,523	0,526	0,530	0,534	0,538	0,542	0,545
3	0,340	0,347	0,354	0,357	0,360	0,364	0,367	0,371	0,374
4	0,256	0,203	0,269	0,272	0,276	0,279	0,282	0,285	0,289
5	0,206	0,212	0,218	0,222	0,225	0,228	0,231	0,234	0,237
6	0,173	0,179	0,185	0,188	0,191	0,194	0,197	0,200	0,203
7	0,149	0,155	0,161	0,164	0,167	0,170	0,173	0,176	0,179
8	0,131	0,137	0,143	0,146	0,149	0,152	0,155	0,160	0,161
9	0,117	0,123	0,128	0,131	0,135	0,138	0,141	0,144	0,147
10	0,106	0,111	0,117	0,120	0,123	0,126	0,130	0,133	0,136
11	0,097	0,102	0,108	0,111	0,114	0,117	0,120	0,124	0,127
12	0,089	0,095	0,101	0,104	0,107	0,110	0,113	0,116	0,119
13	0,082	0,088	0,094	0,097	0,100	0,103	0,107	0,110	0,113
14	0,077	0,083	0,089	0,092	0,095	0,098	0,101	0,104	0,108
15	0,072	0,078	0,084	0,087	0,090	0,093	0,096	0,100	0,103
16	0,068	0,074	0,080	0,083	0,086	0,089	0,092	0,096	0,099
17	0,064	0,070	0,076	0,079	0,082	0,085	0,089	0,092	0,095
18	0,001	0,067	0,073	0,076	0,079	0,082	0,086	0,089	0,092
19	0,058	0,064	0,070	0,073	0,076	0,079	0,083	0,086	0,090
20	0,055	0,061	0,067	0,070	0,074	0,077	0,080	0,084	0,087
21	0,053	0,059	0,065	0,068	0,071	0,075	0,078	0,082	0,085
22	0,051	0,057	0,063	0,066	0,069	0,073	0,076	0,080	0,083
23	0,049	0,055	0,061	0,064	0,067	0,071	0,074	0,078	0,081
24	0,047	0,053	0,059	0,062	0,066	0,069	0,073	0,076	0,080
25	0,045	0,051	0,057	0,061	0,064	0,067	0,071	0,075	0,078
30	0,039	0,045	0,051	0,054	0,058	0,061	0,065	0,069	0,073
35	0,034	0,040	0,047	0,050	0,054	0,057	0,061	0,065	0,069
40	0,031	0,037	0,043	0,047	0,051	0,054	0,058	0,062	0,067
45	0,028	0,034	0,041	0,045	0,048	0,052	0,056	0,060	0,065
50	0,026	0,032	0,039	0,043	0,047	0,051	0,055	0,059	0,063

Beispiel: Welcher Betrag muß am Ende jedes Jahres bezahlt werden, wenn ein Kapital von 500 RM in 5 Jahren zu 5 % verzinst, getilgt werden soll?

Lösung: 500 · 0,231 (siehe unter 5 % fettgedruckte Zahl) = 115,50 RM.

Multiplikationstafel.

	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25	26	27	28	29	30
2	4	6	8	10	12	14	16	18	20	22	24	26	28	30	32	34	36	38	40	42	44	46	48	50	52	54	56	58	60
3	6	9	12	15	18	21	24	27	30	33	36	39	42	45	48	51	54	57	60	63	66	69	72	75	78	81	84	87	90
4	8	12	16	20	24	28	32	36	40	44	48	52	56	60	64	68	72	76	80	84	88	92	96	100	104	108	112	116	120
5	10	15	20	25	30	35	40	45	50	55	60	65	70	75	80	85	90	95	100	105	110	115	120	125	130	135	140	145	150
6	12	18	24	30	36	42	48	54	60	66	72	78	84	90	96	102	108	114	120	126	132	138	144	150	156	162	168	174	180
7	14	21	28	35	42	49	56	63	70	77	84	91	98	105	112	119	126	133	140	147	154	161	168	175	182	189	196	203	210
8	16	24	32	40	48	56	64	72	80	88	96	104	112	120	128	136	144	152	160	168	176	184	192	200	208	216	224	232	240
9	18	27	36	45	54	63	72	81	90	99	108	117	126	135	144	153	162	171	180	189	198	207	216	225	234	243	252	261	270
10	20	30	40	50	60	70	80	90	100	110	120	130	140	150	160	170	180	190	200	210	220	230	240	250	260	270	280	290	300
11	22	33	44	55	66	77	88	99	110	121	132	143	154	165	176	187	198	209	220	231	242	253	264	275	286	297	308	319	330
12	24	36	48	60	72	84	96	108	120	132	144	156	168	180	192	204	216	228	240	252	264	276	288	300	312	324	336	348	360
13	26	39	52	65	78	91	104	117	130	143	156	169	182	195	208	221	234	247	260	273	286	299	312	325	338	351	364	377	390
14	28	42	56	70	84	98	112	126	140	154	168	182	196	210	224	238	252	266	280	294	308	322	336	350	364	378	392	406	420
15	30	45	60	75	90	105	120	135	150	165	180	195	210	225	240	255	270	285	300	315	330	345	360	375	390	405	420	435	450
16	32	48	64	80	96	112	128	144	160	176	192	208	224	240	256	272	288	304	320	336	352	368	384	400	416	432	448	464	480
17	34	51	68	85	102	119	136	153	170	187	204	221	238	255	272	289	306	323	340	357	374	391	408	425	442	459	476	493	510
18	36	54	72	90	108	126	144	162	180	198	216	234	252	270	288	306	324	342	360	378	396	414	432	450	468	486	504	522	540
19	38	57	76	95	114	133	152	171	190	209	228	247	266	285	304	323	342	361	380	399	418	437	456	475	494	513	532	551	570
20	40	60	80	100	120	140	160	180	200	220	240	260	280	300	320	340	360	380	400	420	440	460	480	500	520	540	560	580	600
21	42	63	84	105	126	147	168	189	210	231	252	273	294	315	336	357	378	399	420	441	462	483	504	525	546	567	588	609	630
22	44	66	88	110	132	154	176	198	220	242	264	286	308	330	352	374	396	418	440	462	484	506	528	550	572	594	616	638	660
23	46	69	92	115	138	161	184	207	230	253	276	299	322	345	368	391	414	437	460	483	506	529	552	575	598	621	644	667	690
24	48	72	96	120	144	168	192	216	240	264	288	312	336	360	384	408	432	456	480	504	528	552	576	600	624	648	672	696	720
25	50	75	100	125	150	175	200	225	250	275	300	325	350	375	400	425	450	475	500	525	550	575	600	625	650	675	700	725	750
26	52	78	104	130	156	182	208	234	260	286	312	338	364	390	416	442	468	494	520	546	572	598	624	650	676	702	728	754	780
27	54	81	108	135	162	189	216	243	270	297	324	351	378	405	432	459	486	513	540	567	594	621	648	675	702	729	756	783	810
28	56	84	112	140	168	196	224	252	280	308	336	364	392	420	448	476	504	532	560	588	616	644	672	700	728	756	784	812	840
29	58	87	116	145	174	203	232	261	290	319	348	377	406	435	464	493	522	551	580	609	638	667	696	725	754	783	812	841	870
30	60	90	120	150	180	210	240	270	300	330	360	390	420	450	480	510	540	570	600	630	660	690	720	750	780	810	840	870	900
31	62	93	124	155	186	217	248	279	310	341	372	403	434	465	496	527	558	589	620	651	682	713	744	775	806	837	868	899	930
32	64	96	128	160	192	224	256	288	320	352	384	416	448	480	512	544	576	608	640	672	704	736	768	800	832	864	896	928	960
33	66	99	132	165	198	231	264	297	330	363	396	429	462	495	528	561	594	627	660	693	726	759	792	825	858	891	924	957	990
34	68	102	136	170	204	238	272	306	340	374	408	442	476	510	544	578	612	646	680	714	748	782	816	850	884	918	952	986	1020
35	70	105	140	175	210	245	280	315	350	385	420	455	490	525	560	595	630	665	700	735	770	805	840	875	910	945	980	1015	1050

1. Beispiel: Wieviel sind 15×23?
Lösung: Man findet das Produkt unter Reihe 15 Spalte 23 = **345.**

2. Beispiel: Berechne $1{,}6 \times 2{,}7$.
Lösung: Suche in Reihe 16 und Spalte 27 die Zahl 432, streiche 2 Stellen ab = **4,32.**

3. Beispiel: Wieviel ergibt 45×35?
Lösung: Zerlege die Zahl 45 in $20+25$;
$20 \cdot 35 = 700$; $25 \cdot 35 = 875$. Resultat $700 + 875 = \mathbf{1575}$.

Algebra.

Allgemeines. Unter Algebra versteht man das Rechnen mit Buchstabengrößen, die in Verbindung mit Zahlen verwandt werden, z. B. 6a. Der Wert jeder beliebigen Zahl kann durch Buchstaben ersetzt werden, nach der Formel z. B. ist die Fläche des Quadrats $F = a \cdot a$, setzt man für den Buchstaben den Zahlenwert 4 an, dann erhält man $F = 4 \cdot 4 = 16$ m². Jeder Buchstabe vertritt demnach in einer Rechnung nur den Wert ein und derselben Zahl. Man schreibt entweder $4 \cdot a$ oder kurz 4a. Die Zahl 4 ist der Koeffizient (Beizahl; Vielfaches einer Buchstabengröße), der Buchstabe a die Grundzahl. Jeder einzelne Buchstabe a, b, c oder x usw. hat den Koeffizienten 1. Die ungeordneten Glieder werden zur besseren Uebersicht (Rechenvorteile) alphabetisch geordnet, z. B. $2a + 3c + 4b = 2a + 4b + 3c$. Die einzelnen Glieder einer Summe können demnach beliebig vertauscht werden. Das Vorzeichen (+) fällt bei allen positiven Größen fort.

1. Addition.

Regel: Zusammengesetzte Größen aus gleichen Buchstaben und beliebigen Zahlen addiert man, indem man nur ihre Beizahlen addiert. Größen mit gleichen Vorzeichen werden addiert, indem man sie einfach zusammenzählt. Summen von ungleichen Buchstaben können weder addiert noch subtrahiert werden (s. Beispiel 4/5).

Beispiele mit Lösung:

1. $a + a = 2a$
2. $b + b + b = 3b$
3. $2a + 4a = 6a$
4. $6b + 3b = 9b$

Beispiele (geordnet):

1. $2a + 3c + 5b + 4a + 5c = 2a + 4a + 5b + 3c + 5c = 6a + 5b + 8c$
2. $6x + 5y + 3x = 9x + 5y$
3. $15 + 4a + 3b + 4 + 3a = 15 + 4 + 4a + 3a + 3b = 19 + 7a + 3b$
4. $15a + 12b = 15a + 12b$
5. $25a + 14b + 10c = 25a + 14b + 10c$

2. Subtraktion.

Regel: Gleichartige Größen subtrahiert man, indem man die Beizahlen voneinander abzieht.

Beispiele mit Lösung:

1. $360 - 212 = 148$
2. $2a - a = a$
3. $10a - 5a = 5a$
4. $7x - 3x = 4x$
5. $17a - 3{,}5a = 13{,}5a$
6. $6x - 0 = 6x$
7. $13b - 8b - 0 = 5b$
8. $8a - 2a - b = 6a - b$

Ordne und ziehe ab:

9. $12a - 3b - 2a - b = 12a - 2a - 3b - b = 10a - 4b$

3. Addieren und Subtrahieren.

Bei positiven und negativen Gliedern werden sämtliche + Glieder addiert, ebenso alle − Glieder, dann werden die Resultate voneinander abgezogen.

Merke: Größen mit entgegengesetzten Vorzeichen addiert man, indem man die kleinere von der größeren abzieht und dem Rest (Differenz) das Vorzeichen der größeren gibt.

Beispiele mit Lösung:

1. $564 - 242 + 58 - 12$ (geordnet) $= 564 + 58 - 242 - 12 = 622 - 254 = 368$
2. $10a - 4a + 2a - 6a = 10a + 2a - 4a - 6a = 12a - 10a = 2a$
3. $17b + 12{,}5b - 4a + 7a - 14{,}5b = 7a - 4a + 17b + 12{,}5b - 14{,}5b = 3a + 29{,}5b - 14{,}5b = 3a + 15b$
4. $-24x + 10 + 4x + 5a - 2 - 3a + 4y - 2a = ? = 10 - 2 + 5a - 5a - 24x + 4x + 4y = 8 - 20x + 4y$

4. Negative und positive Größen.

Beide Größen schreibt man zweckmäßig in Klammern, z. B. (− 2,8); (+ 2). Wechselt der Subtrahend das Vorzeichen und man addiert dann, so erhält man die Differenz nach folgender Regel: Man subtrahiert, indem man das Vorzeichen wechselt und dann addiert.

Regelbeispiele:

1. $(+6a) - (+2a) = (+6a) + (-2a) = 4a$
2. $(-6a) - (-2a) = (-6a) + (+2a) = -4a$
3. $(+6a) - (-2a) = (+6a) + (+2a) = 8a$
4. $(-6a) - (+2a) = (-6a) + (-2a) = -8a$

5. Rechnen und Auflösen von Klammern.

Werden zwei oder mehrere Größen als eine Zahl angesehen, dann umschließt man sie mit einer Klammer. Die einzelnen Glieder innerhalb der Klammer werden stets zuerst berechnet. Als Klammern wählt man gewöhnlich die Zeichen: (runde Kl.), [eckige Kl]. Bei Divisionsaufgaben ersetzt der Bruchstrich die Klammern. Enthält eine Klammer eine beliebige vielgliedrige Größe, die addiert werden soll (+ vor der Klammer), so kann die Klammer fortfallen. Soll die Summe subtrahiert werden (− vor der Klammer), so erhält jedes Glied, wenn man die Klammer fortläßt, das umgekehrte Rechenzeichen (+ statt −; − statt +), das erste Glied, das in der Klammer kein Zeichen hatte, das Zeichen (−). Bei einem Ausdruck, der Klammern enthält, die wiederum Klammernausdrucke umschließen, löst man zuerst die inneren und dann die äußeren Klammern auf, oder umgekehrt.

Beispiele mit Lösung: (+) vor der Klammer.

1. $26 + (12 + 32) = 26 + 44 = 70$
2. $50 + (25 - 15) = 50 + 10 = 60$
3. $78 - (20 + 40 - 2) = 78 - 58 = 20$
4. $a + (b + c) = a + b + c$
5. $a + (b - c) = a + b - c$
6. $(2a + 5b) + (3b + 4a) = 2a + 5b + 3b + 4a = 6a + 8b$

Beispiele mit Lösung: (−) vor der Klammer.

1. $(24 + 7 - 9) - (16 - 5 + 3) = 24 + 7 - 9 - 16 + 5 - 3 = 8$
2. $7a - (5a + 2b) = 7a - 5a - 2b = 2a - 2b$
3. $(8x - 4y) - (5x + y) = 8x - 4y - 5x - y = 3x - 5y$

Beispiele mit Lösung: Äußere und innere Klammern.

1. $(5a - 2b) - [(8a - 2b) - (5a - 6b)] = 5a - 2b - [8a - 2b - 5a + 6b] = 5a - 2b - 8a + 2b + 5a - 6b = 5a - 8a + 5a - 2b + 2b - 6b = 2a - 6b$

oder: $(5a - 2b) - [(8a - 2b) - (5a - 6b)] = 5a - 2b - (8a - 2b) + (5a - 6b) = 5a - 2b - 8a + 2b + 5a - 6b = 5a - 8a + 5a - 2b + 2b - 6b = 2a - 6b$

2. $10a - [(5a + 3b) - 5b - (4a + 5b)] = ? = 10a - [5a + 3b - 5b - 4a - 5b] = 10a - 5a - 3b + 5b + 4a + 5b = 10a - 5a + 4a - 3b + 5b + 5b = 9a + 7b$

Algebra (Fortsetzung).

6. Gleichungen.

Man versteht unter einer Gleichung die Verbindung zweier gleicher Größen durch das Gleichheitszeichen (=). Jede Gleichung hat eine linke und eine rechte Seite, z. B. $x+3=15$, hierbei ist $x+3$ die linke, 15 die andere. Die Größen, deren Wert man sucht, heißen Unbekannte, man bezeichnet sie mit x, y oder z. Bei der Auflösung der Gleichung sind die Unbekannten auf die linke Seite zu bringen, die anderen Glieder auf die rechte. Bei diesem Vorgang werden die Zeichen verändert, d. h. alles, was auf der linken Seite (—) war, wird (+) und umgekehrt.

Beispiel:

$x+4=12$	$y-3=15$	$x+y=z$	$x-y=z$
$x=12-4$	$y=15+3$	$x=z-y$	$x=z+y$
$x=8$	$y=18$		

Beispiele mit Lösung: Zusammengesetzte Gleichungen.

1. $12x-(10x+15)=20+(x+14)$
   $12x-10x-15=20+x+14$
   $2x-15=34+x \quad 2x-x=34+15;$
   $x=49$

2. $(5x+9)-(4x-5)=20$
   $5x+9-4x+5=20$
   $x+14=20 \quad x=20-14; \quad x=6$

3. $(8x+3)+(3x+5)=10x+20$
   $8x+3+3x+5=10x+20$
   $11x+8=10x+20 \quad 11x-10x=20-8;$
   $x=12$

7. Multiplikation.

Merke: Die Multiplikation geht stets der Addition und Subtraktion voran. Bei Klammerausdrücken werden in den Klammern die Glieder zuerst addiert bzw. subtrahiert, dann die Faktoren miteinander multipliziert.
$6a \cdot 3 = 18a$, d. h. 6a-Einheiten sind 3mal als Summand zu setzen, also $6a+6a+6a=18a$. 6a und 3 sind die Faktoren, 18a ist das Produkt.

Regel der Multiplikation:

$+\cdot+=+;\ -\cdot-=+;\ +\cdot-=-;\ -\cdot+=-;$
z. B.: $(-4)\cdot(+5)=-20;\ (-3)\cdot(-3)=9;$
$4a\cdot 5b;\ 4\cdot 5=20$ und $a\cdot b=ab$, demnach $4a\cdot 5b=20ab$.

Beispiele mit Lösung:

1. $3\cdot(5+7)=3\cdot 12=36;\ 5(a+b)=5a+5b$
2. $2(5a+3b-8c)=2\cdot 5a+2\cdot 3b-2\cdot 8c$
   $=10a+6b-16c$
3. $4x(3a+4b)=4x\cdot 3a+4x\cdot 4b$
   $=12ax+16bx$
4. $(3a+8ab-5ac)\cdot(-2x)=?$
   $=-6ax-16abx+10acx$
5. $(-2a-3b)\cdot(-2c)=?\ =4ac+6bc$

Das Ergebnis in andere Form gebracht:

6. $4(5a+2b+c)+3(a+2b+3c)$
   $+2(2a+b+2c)=?$
   $=20a+8b+4c$
   $+3a+6b+9c$
   $+4a+2b+4c$
   Summe $=27a+16b+17c$
7. $3[(15+4)\cdot 2(5-3)]=?$
   $=3[(15+4)\cdot(10-6)]$
   $=3[19\cdot 4]=3\cdot 19\cdot 4=57\cdot 4=228$
8. $2[(15a-7b)\cdot(5x+3y)]=?$
   $=2[15a\cdot 5x-7b\cdot 5x+15a\cdot 3y-7b\cdot 3y]$
   $=2[75ax-35bx+45ay-21by]$
   $=150ax-75bx+90ay-42by$

8. Division.

Bei der Division wird eine Größe gesucht, die mit der zweiten Größe multipliziert, die erste Zahl als Produkt ergibt, z. B. $35:7=5$. Die zu teilende Größe 35 heißt Dividend, der Teiler 7 heißt Divisor, die gesuchte Größe 5 heißt Quotient. Bei der Division verfährt man umgekehrt wie bei der Multiplikation, z. B.: $xy:x=y$ oder $\frac{xy}{x}=y$ (x hebt sich gegen x); $\frac{6a}{6}=a$, denn $a\cdot 6=6a$; $0:x=0$.

Beispiele mit Lösung:

1. $(14+7+4):5=25:5=5$
2. $(36+4-20):4=(40-20):4=20:4=5$
3. $96a:8=\frac{96a}{8}=12a$ 4. $15a:5a=\frac{15a}{5a}=3$
5. $\frac{8abc}{4ab}=2c$
6. $(16a+8b):4=?\quad \frac{16a}{4}+\frac{8b}{4}=4a+2b$
7. $(15ax+10bx-20cx):5x=?$
   $\frac{15ax}{5x}+\frac{10bx}{5x}-\frac{20cx}{5x}=3a+2b-4c$
8. $(34+16-14):(32-20+6)$
   $=(50-14):(12+6)=36:18=2$
9. $(36x-24y):(9x-6y)=4$
   $-36x\pm 24y$
   $0 \quad 0$

Vorzeichenänderung bei Klammerausdrücken.
$(+12):(+3)=+4$, denn $(+4)\cdot(+3)=+12$
Regelbeispiele: $(+12):(-3)=-4$
$(-12):(+3)=-4$
$(+12):(-3)=+4$
$(+x):(+y)=+\frac{x}{y};\ (-x):(+y)=-\frac{x}{y}$

Bei Klammerausdrücken verfährt man auch so, daß man mit dem ersten Gliede des Dividenden dividiert und mit dem Teilquotienten den ganzen Divisor durchmultipliziert. Das Produkt wird dann von dem Dividenden subtrahiert. Bei den Subtraktionen muß das Vorzeichen entgegengesetzt angewandt, also + in — und — in + verwandelt werden.

10. $(2abx-3ax+2aby-3ay):(x+y)=?$
    Alphabetisch geordnet, ergibt:
    $(2abx+2aby-3ax-3ay):(x+y)=2ab-3a$
    $-2abx\pm 2aby;$
    $0 \quad 0 \quad -3ax-3ay$
    $\mp 3ax\mp 3ay$
    $0 \quad 0$

Algebra (Fortsetzung).

9. Potenzen.

Merke: Produkte aus gleichen Faktoren werden auch Potenzen dieses Faktors genannt. Man nennt aa, aaa Potenzen von a. Man schreibt dafür kurz a^2 und a^3, man liest entweder a hoch 2 oder a Quadrat, a zur 3ten oder a zur 2. Potenz bzw. a zur 3. Potenz. Eine Potenz ist daher ein Produkt aus lauter gleichen Faktoren. Bei a^3 heißt der Faktor a die Grundzahl (Basis) der Potenz, die Zahl 3 der Exponent der Potenz; er gibt an, wie oft die Grundzahl (hier a) als Faktor gesetzt werden soll. Potenzen lassen sich nur dann addieren und voneinander subtrahieren, wenn sie gleiche Grundzahlen und gleiche Exponenten haben, z. B.

$$5a^3 + 2a^3 = 7a^3; \quad 9x^2 - 4x^2 = 5x^2.$$

Potenzen mit gleicher Grundzahl werden multipliziert, indem man die Exponenten addiert, z. B.

$$a^2 \cdot a^5 = a^7 \text{ (nicht } a^{10})$$
$$3x^2 \cdot 4x^3 = 12x^5; \quad a^x \cdot a^y = a^{x+y}$$

Potenzen mit gleichen Exponenten werden multipliziert, indem man das Produkt der Grundzahl mit den gemeinsamen Exponenten mit sich selbst vervielfältigt (potenziert).

$$x^2 \cdot y^2 = (xy)^2; \quad 2a^2 \cdot 5b^2 = 10\,(ab)^2.$$

Potenzen mit gleicher Grundzahl werden dividiert, indem man den Exponenten des Divisors von dem des Dividendus subtrahiert und die Grundzahl wie gewöhnlich teilt, z. B. $a^7 : a^5 = a^2$;

$$8x^3 : 4x = \frac{8}{4}x^2 = 2x^2; \quad a^x : a^y = a^{x-y}.$$

Potenzen werden potenziert, indem man die Exponenten miteinander multipliziert, z. B.

$$(x^2)^3 = x^6; \quad (6a^3)^2 = 36a^6; \quad (a^x)^y = a^{xy}.$$

Beispiele mit Lösung:

1. $(4a \cdot 3b)^2 = 4^2 \cdot a^2 \cdot 3^2 \cdot b^2 = 144a^2b^2$
2. $(9x^2 \cdot 5y^2)^2 = 9 \cdot x^2 \cdot 5 \cdot y^2 = 45x^2y^2$
3. $(a \cdot b)^3 = a^3b^3$
4. $10^4 : 3^2 = \left(\frac{10^2}{3}\right)^2 = \frac{10000}{9} = 1111{,}1$
5. $12x^4 : 3x^2 = 4^2$

Bei Klammerausdrücken z. B.:

$(x + y) \cdot (x + y)$ schreibt man $(x + y)^2$

6. $(a + b)^2 = (a + b) \cdot (a + b)$
   $= a^2 + ab + ab + b^2 = a^2 + 2ab + b^2$
7. $(a - b)^2 = (a - b) \cdot (a - b)$
   $= a^2 - ab - ab + b^2 = a^2 - 2ab + b^2$

10. Proportionen.

Merke: Die Gleichsetzung zweier Verhältnisse, z. B. $2:3 = 4:6$ nennt man Proportion. Beide Größen $12 = 3 \cdot 4$ und $36 = 9 \cdot 4$ verhalten sich wie $3:9$ (durch 4 teilbar); $3:9$ (sprich 3 zu 9) kann wiederum durch 3 gekürzt werden und ergibt $1:3$. Das Verhältnis $3:9$ würde demnach dem $1:3$ gleichwertig sein. In jeder Zahlenproportion ist das Produkt der Außenglieder gleich dem Produkt der Innenglieder. Bei dem Verhältnis $2:3 = 4:6$ sind 2 und 6 die Außenglieder, 3 und 4 die Innenglieder. Demnach würde die Proportion $2:3 = 4:6$ folgendermaßen aufgelöst werden: $2 \cdot 6 = 3 \cdot 4$ also ist $12 = 12$.

Verhältnisse kann man durch kleinere Zahlen ausdrücken. $49:28$ (durch 7 gekürzt) $= 7:4$;
$2{,}5:3{,}5 = 0{,}5:0{,}7$ (durch 5 gekürzt).
Multipliziert oder teilt man eine Proportion durch eine Zahl, dann verändert sich der Wert nicht.

1. Beispiel: $2:6 = 4:12$. (Die Glieder sind mit 3 zu multiplizieren.)

Lösung: $2 \cdot 3 : 6 \cdot 3 = 4 \cdot 3 : 12 \cdot 3$
$= 6:18 = 12:36$ (Wert ist derselbe).

2. Beispiel: $2:6 = 4:12$. (Die Glieder sind durch 2 zu dividieren.)

Lösung: $\frac{2}{2} : \frac{6}{2} = \frac{4}{2} : \frac{12}{2} = 1:3 = 2:6$
(Wert ist derselbe).

Unbekannte Glieder einer Proportion bezeichnet man mit x und y. Bei einer Proportion kann das vierte Glied berechnet werden, wenn drei Glieder bekannt sind. Unbekannte x oder y wird auf die linke Seite gebracht.

1. Beispiel: $3:8 = 6:x$, bestimme x.

Lösung: $3 \cdot x = 8 \cdot 6; \quad 3x = 48$
$x = \frac{48}{3} = 16$

2. Beispiel: $10:x = 7:13; \quad x = ?$

Lösung: $10 \cdot 13 = x \cdot 7; \quad x \cdot 7 = 10 \cdot 13$
$7x = 130; \quad x = \frac{130}{7}$
$x = 18{,}57$

3. Beispiel: $a : \frac{9}{10} = x : 1\frac{1}{5}; \quad x = ?$

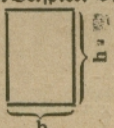
Lösung: $\frac{9}{10}x = 1\frac{1}{5}a; \quad x = \frac{\frac{6}{5}a}{\frac{9}{10}}$

$= \frac{\frac{6 \cdot 10}{5} \cdot a}{9} = \frac{12a}{9} = \frac{4}{3}a = 1\frac{1}{3}a$

4. Beispiel: $(5a + 9) : (4b + 7) = 5a : 4b$

Lösung: $5a\,(4b + 7) = 4b\,(5a + 9)$
$20ab + 35a = 20ab + 36b; \quad a : b = 36 : 35$

5. Beispiel: Die Breite eines Balkens betrage 14 cm, wie hoch muß er sein, wenn sich die Seiten wie $3:5$ verhalten sollen?



Lösung: $b : h = 3 : 5$
$14 : h = 3 : 5$
$h = \frac{5 \cdot 14}{3} = \sim 24$ cm

Maße und Gewichte

Längenmaße

Abkürzungen: km = Kilometer, m = Meter, dm = Dezimeter, cm = Zentimeter, mm = Millimeter.

Die Einheit ist 1 m, d. i. der 40millionste Teil des Erdumfanges. Die Länge (Strecke) hat eine Ausdehnung.

a) Teilmaße

1 m = 10 dm = 100 cm = 1000 mm
1 dm = 10 cm = 100 mm
1 cm = 10 mm

b) Sammelmaße

1 km = 1000 m; 1 Landmeile = 7,5 km = 7500 m
1 Seemeile = 1,852 km = 1852 m
1 engl. Meile = 1760 Yards = ~ 1609 m
1 engl. Zoll = 25,4 mm; 1 preuß. Zoll = 26,1 mm

Anm.: In einer Std. geht man etwa 5—6 km.

Engl. Zollmaß in mm	
1/8" = 3,175 mm	7/8 " = 22,225 mm
1/4" = 6,350 "	1 " = 25,400 "
3/8" = 9,525 "	1 1/4" = 31,750 "
1/2" = 12,700 "	1 1/2" = 38,100 "
5/8" = 15,875 "	1 3/4" = 44,450 "
3/4" = 19,050 "	2 " = 50,800 "

Dezimale Schreibweise: 1 mm = 0,1 cm; 1 cm = 0,1 dm = 0,01 m; 1 dm = 0,1 m. — 120 mm = 12 cm = 1,2 dm = 0,12 m. 285,40 cm = 2,85 m; 85,74 dm = 8,57 m; 0,52 m = 52 cm.

Flächenmaße

Abkürzungen: m^2 (qm) = Quadratmeter, dm^2 (qdm) = Quadratdezimeter, cm^2 (qcm) = Quadratzentimeter, mm^2 (qmm) = Quadratmillimeter, km^2 (qkm) = Quadratkilometer, ha = Hektar, a = Ar.

Die Einheit ist 1 m^2, d. i. die Fläche eines Quadrates von 1 m Seitenlänge. Jede Fläche hat 2 Ausdehnungen, eine Länge und eine Breite.

a) Teilmaße

1 m^2 = 100 dm^2 = 10000 cm^2 = 1000000 mm^2
1 dm^2 = 100 cm^2 = 10000 mm^2
1 cm^2 = 100 mm^2
1 Quadratrute = 14,185 m^2
1 Morgen = 180 Quadratruten = 2553,22 m^2 = ~ 2500 m^2

b) Sammelmaße

1 km^2 = 100 ha = 10000 a = 1000000 m^2
1 ha = 100 a = 10000 m^2
1 a = 100 m^2
1 a = 1 □ von 10 m Seitenlänge
1 ha = 1 □ „ 100 m „
1 km^2 = 1 □ „ 1000 m „

Dezimale Schreibweise: 1 mm^2 = 0,01 cm^2; 1 cm^2 = 0,01 dm^2; 1 dm^2 = 0,01 m^2. — 200 mm^2 = 2 cm^2; 253,25 dm^2 = 2,53 m^2. 1527 mm^2 = 15,27 cm^2; 4675,34 cm^2 = 0,468 m^2.

Körper- und Hohlmaße

Abkürzungen: m^3 (cbm) = Kubikmeter, dm^3 (cdm) = Kubikdezimeter, cm^3 (ccm) = Kubikzentimeter, mm^3 (cmm) = Kubikmillimeter, hl = Hektoliter, l = Liter.

Die Einheit ist 1 m^3, d. i. der Inhalt eines Würfels bei 1 m Seitenlänge. Jeder Körper hat 3 Ausdehnungen, eine Länge, eine Breite und eine Höhe.

1 m^3 = 1000 dm^3 = 1000000 cm^3 = 1 Milliarde mm^3
1 dm^3 = 1000 cm^3 = 1000000 mm^3
1 cm^3 = 1000 mm^3

1 m^3 = 10 hl = 1000 l
1 hl = 100 l
1 l = 1 dm^3

Dezimale Schreibweise: 1 mm^3 = 0,001 cm^3; 1 cm^3 = 0,001 dm^3; 1 dm^3 = 0,001 m^3. — 350 cm^3 = 0,350 dm^3; 14857,60 cm^3 = 0,0149 m^3; 67 dm^3 = 0,067 m^3; 0,25 m^3 = 250 dm^3 (l).

Gewichte

Abkürzungen: t = Tonne, dz = Doppelzentner, Ztr. = Zentner, kg = Kilogramm, Pfd. = Pfund, g = Gramm.

Die Einheit ist 1 kg, d. i. das Gewicht von 1 l Wasser bei +4° Celsius.

1 m^3 = 1 t = 20 Ztr. = 1000 kg = 2000 Pfd. = 1000000 g
1 dz = 100 kg = 200 Pfd. = 100000 g
1 Ztr. = 50 kg = 100 Pfd. = 50000 g
1 kg = 2 Pfd. = 1000 g
1 Pfd. = 1/2 kg = 500 g
1 engl. Pfd. = 0,454 kg

Dezimale Schreibweise: 1 kg = 0,001 m^3; 1 Ztr. = 0,20 t; 275 kg = 0,275 t = 2,75 dz = 5,50 Ztr. 67 Pfd. = 0,67 Ztr. 31 g = 0,031 kg. 30562 g = 30,562 kg = 0,031 t.

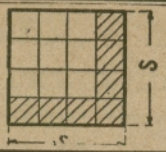
Reziproken, Quadrat- und Kubikzahlen, Quadrat- und Kubikwurzeln, Kreisumfänge und Kreisflächen.

Zahl n	Reziproken $\frac{1}{n}$	Quadratzahlen n^2	Kubikzahlen n^3	Quadratwurzeln $\sqrt{n}$	Kubikwurzeln $\sqrt[3]{n}$	Durchmesser d	Kreisumfang $d \cdot \pi$	Kreisinhalt $d^2 \cdot \frac{\pi}{4}$
1	1,0000	1	1	1,000	1,000	1	3,1416	0,7854
2	0,5000	4	8	1,414	1,260	2	6,2832	3,1416
3	0,3333	9	27	1,732	1,442	3	9,4248	7,0686
4	0,2500	16	64	2,000	1,587	4	12,566	12,566
5	0,2000	25	125	2,236	1,710	5	15,708	19,635
6	0,1667	36	216	2,449	1,817	6	18,850	28,274
7	0,1428	49	343	2,646	1,913	7	21,991	33,486
8	0,1250	64	512	2,828	2,000	8	25,133	50,266
9	0,1111	81	729	3,000	2,080	9	28,274	63,617
10	0,1000	100	1000	3,162	2,154	10	31,416	78,540
11	0,0910	121	1331	3,317	2,224	11	34,558	95,033
12	0,0833	144	1728	3,464	2,289	12	37,699	113,097
13	0,0769	169	2197	3,606	2,351	13	40,841	132,732
14	0,0714	196	2744	3,742	2,410	14	43,982	153,938
15	0,0667	225	3375	3,873	2,466	15	47,124	176,715
16	0,0625	256	4096	4,000	2,520	16	50,265	201,062
17	0,0588	289	4913	4,123	2,571	17	53,407	236,980
18	0,0556	324	5832	4,243	2,621	18	56,549	254,469
19	0,0526	361	6859	4,359	2,668	19	59,690	283,529
20	0,0500	400	8000	4,472	2,714	20	62,832	314,159
21	0,0476	441	9261	4,583	2,759	21	65,973	346,361
22	0,0455	484	10648	4,690	2,802	22	69,115	380,133
23	0,0435	529	12167	4,796	2,844	23	72,257	415,476
24	0,0417	576	13824	4,899	2,885	24	75,398	452,389
25	0,0400	625	15625	5,000	2,924	25	78,540	490,874
26	0,0385	676	17576	5,099	2,963	26	81,681	530,929
27	0,0370	729	19683	5,196	3,000	27	84,823	572,555
28	0,0357	784	21952	5,292	3,037	28	87,965	615,752
29	0,0345	841	24389	5,385	3,072	29	91,106	660,520
30	0,0333	900	27000	5,477	3,107	30	94,248	706,858
31	0,0323	961	29791	5,568	3,141	31	97,389	754,768
32	0,0313	1024	32768	5,657	3,175	32	100,53	804,248
33	0,0303	1089	35937	5,745	3,208	33	103,67	855,299
34	0,0294	1156	39304	5,831	3,240	34	106,81	907,920
35	0,0286	1225	42875	5,916	3,271	35	109,96	962,113
36	0,0278	1296	46656	6,000	3,302	36	113,10	1017,88
37	0,0270	1369	50653	6,083	3,332	37	116,24	1075,21
38	0,0263	1444	54872	6,164	3,362	38	119,38	1134,11
39	0,0256	1521	59319	6,245	3,391	39	122,52	1194,59
40	0,0250	1600	64000	6,325	3,420	40	125,66	1256,64
41	0,0244	1681	68921	6,403	3,448	41	128,81	1320,25
42	0,0238	1764	74088	6,481	3,476	42	131,95	1385,44
43	0,0233	1849	79507	6,557	3,503	43	135,09	1452,20
44	0,0227	1936	85184	6,633	3,530	44	138,23	1520,53
45	0,0222	2025	91125	6,708	3,557	45	141,37	1590,43
46	0,0217	2116	97336	6,782	3,583	46	144,51	1661,90
47	0,0213	2209	103823	6,856	3,609	47	147,65	1734,94
48	0,0208	2304	110592	6,928	3,634	48	150,80	1809,56
49	0,0204	2401	117649	7,000	3,659	49	153,94	1885,74
50	0,0200	2500	125000	7,071	3,684	50	157,08	1963,50
51	0,0196	2601	132651	7,141	3,708	51	160,22	2042,82
52	0,0192	2704	140608	7,211	3,733	52	163,36	2123,72
53	0,0189	2809	148877	7,280	3,756	53	166,50	2206,18
54	0,0185	2916	157464	7,349	3,780	54	169,65	2290,22
55	0,0182	3025	166375	7,416	3,803	55	172,79	2375,83
56	0,0179	3136	17561^6	7,483	3,826	56	175,93	2463,01
57	0,0175	3249	18519^3	7,550	3,849	57	179,07	2551,76
58	0,0172	3364	19511^2	7,616	3,871	58	182,21	2642,08
59	0,0169	3481	20537^9	7,681	3,893	59	185,35	2733,97
60	0,0167	3600	216000	7,746	3,915	60	188,50	2827,43
61	0,0164	3721	226981	7,810	3,937	61	191,64	2922,47
62	0,0161	3844	238328	7,874	3,958	62	194,78	3019,07
63	0,0159	3969	250047	7,937	3,979	63	197,92	3117,25
64	0,0156	4096	262144	8,000	4,000	64	201,06	3216,99
65	0,0154	4225	274625	8,062	4,021	65	204,20	3318,31
66	0,0152	4356	287496	8,124	4,041	66	207,35	3421,19
67	0,0149	4489	300763	8,185	4,062	67	210,49	3525,65
68	0,0147	4624	314432	8,246	4,082	68	213,63	3631,68
69	0,0145	4761	328509	8,307	4,102	69	216,77	3739,28
70	0,0143	4900	343000	8,367	4,121	70	219,91	3848,45
71	0,0141	5041	357911	8,426	4,141	71	223,05	3959,19
72	0,0139	5184	373248	8,485	4,160	72	226,19	4071,50
73	0,0137	5329	389017	8,544	4,179	73	229,34	4185,39
74	0,0135	5476	405224	8,602	4,198	74	232,48	4300,84
75	0,0133	5625	421875	8,660	4,217	75	235,62	4417,86
76	0,0132	5776	438976	8,718	4,236	76	238,76	4536,46
77	0,0130	5929	456533	8,775	4,254	77	241,90	4656,63
78	0,0128	6084	474552	8,832	4,273	78	245,04	4778,36
79	0,0127	6241	493039	8,888	4,291	79	248,19	4901,67
80	0,0125	6400	512000	8,944	4,309	80	251,33	5026,55
81	0,0124	6561	531441	9,000	4,327	81	254,47	5153,00
82	0,0122	6724	551368	9,055	4,345	82	257,61	5281,02
83	0,0121	6889	571787	9,110	4,362	83	260,75	5410,61
84	0,0119	7056	592704	9,165	4,380	84	263,89	5541,77
85	0,0118	7225	614125	9,220	4,397	85	267,04	5674,50
86	0,0116	7396	636056	9,274	4,414	86	270,18	5808,80
87	0,0115	7569	658503	9,327	4,431	87	273,32	5944,68
88	0,0114	7744	681472	9,381	4,448	88	276,46	6082,12
89	0,0112	7921	704969	9,434	4,465	89	279,60	6221,14
90	0,0111	8100	729000	9,487	4,481	90	282,74	6361,73
91	0,0110	8281	753571	9,539	4,498	91	285,88	6503,88
92	0,0109	8464	778688	9,592	4,514	92	289,03	6647,61
93	0,0108	8649	804357	9,644	4,531	93	292,17	6792,91
94	0,0106	8836	830584	9,695	4,547	94	295,31	6939,78
95	0,0105	9025	857375	9,747	4,563	95	298,45	7088,22
96	0,0104	9216	884736	9,798	4,579	96	301,59	7238,23
97	0,0103	9409	912673	9,849	4,595	97	304,73	7389,81
98	0,0102	9604	941192	9,900	4,610	98	307,88	7542,96
99	0,0101	9801	970299	9,950	4,626	99	311,02	7697,69
100	0,01000	10000	1000000	10,000	4,642	100	314,16	7853,98
101	0,00990	10201	1030301	10,050	4,657	101	317,30	8011,85
102	0,00980	10404	1061208	10,100	4,672	102	320,44	8171,28
103	0,00971	10609	1099272	10,149	4,688	103	323,58	8332,29
104	0,00692	10816	1124864	10,199	4,703	104	326,73	8494,97
105	0,00952	11025	1157625	10,247	4,718	105	329,87	8659,01
106	0,00943	11236	1191016	10,296	4,733	106	333,01	8824,73
107	0,00935	11449	1225043	10,344	4,748	107	336,15	8992,02
108	0,00926	11664	1259712	10,392	4,762	108	339,29	9160,88
109	0,00917	11881	1295029	10,440	4,777	109	342,43	9331,32
110	0,00909	12100	1331000	10,488	4,791	110	345,58	9503,32

Formeln und Beispiele für die Flächenberechnung.

Quadrat

U = Umfang
F = Flächeninhalt
s = Seite



$$U = 4 \cdot s \qquad F = s \cdot s = s^2$$

$$s = \sqrt[2]{F}$$

1. Beispiel: Die Seite s einer quadratischen Fläche ist 4,50 m. Wie groß ist der Umfang in m, die Fläche in m²?

Lösung: $U = 4 \cdot s = 4 \cdot 4{,}50 = \mathbf{18{,}00}$ m

$F = s \cdot s = 4{,}5 \cdot 4{,}5 = \mathbf{20{,}25}$ m²

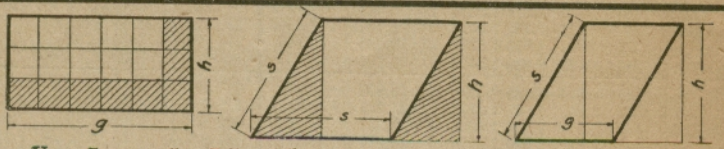
2. Beispiel: Der Umfang einer quadratischen Fläche ist 28,00 m, der Flächeninhalt 49,00 m². Wie groß ist die Seite s?

Lösung: $s = \frac{U}{4} = 28{,}00 : 4 = \mathbf{7{,}00}$ m

$s = \sqrt{F} = \sqrt{49{,}00} = \mathbf{7{,}00}$ m

Rechteck

g = Grundlinie
h = Höhe



U = Summe aller Seiten (allgemein ausgedrückt)

od. $U = 2(g + h)$; $F = g \cdot h$

$$g = \frac{F}{h}; \quad h = \frac{F}{g}$$

Rhombus

$$U = 4 \cdot s$$
$$F = s \cdot h$$

Rhomboid

$$U = 2\,(g + h)$$
$$F = g \cdot h$$

1. Beispiel: Bei einem Rechteck sei $h = 2{,}30$ m und $g = 3{,}50$ m. Berechne den Umfang in m, die Fläche in m².

Lösung: $U = 2 \cdot g + 2 \cdot h = 2 \cdot 3{,}50 + 2 \cdot 2{,}30 = \mathbf{11{,}60}$ m

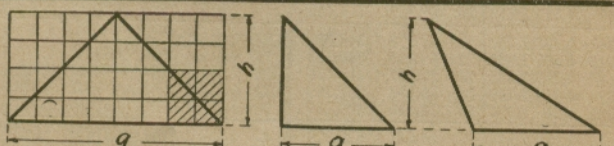
$F = g \cdot h = 3{,}50 \cdot 2{,}30 = \mathbf{8{,}05}$ m²

2. Beispiel: Wie groß ist Seite g, wenn die Fläche 26,00 m² u. $h = 4{,}00$ m ist?

Lösung: $g = \frac{F}{h} = 26{,}00 : 4{,}00 = \mathbf{6{,}50}$ m

Dreieck

U = Summe aller Seiten



$$F = \frac{g \cdot h}{2}$$
$$h = \frac{F \cdot 2}{g}$$
$$g = \frac{F \cdot 2}{h}$$

1. Beispiel: In einem Dreieck sei die Grundlinie $g = 3{,}00$ m, die Höhe $h = 2{,}50$ m. Wie groß ist der Flächeninhalt in m²?

Lösung:

$F = \frac{g \cdot h}{2} = \frac{3{,}00 \cdot 2{,}50}{2} = \mathbf{3{,}75}$ m²

2. Beispiel: Die Fläche des Dreiecks sei 3,75 m², die Grundlinie 3,00 m. Wie groß ist die Höhe?

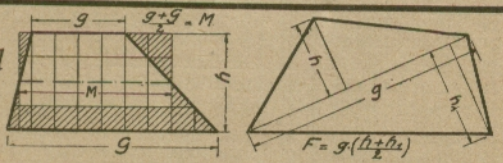
Lösung: $h = \frac{F \cdot 2}{g} = \frac{3{,}75 \cdot 2}{3{,}00} = \mathbf{2{,}50}$ m

3. Beispiel: Wie groß ist die Grundlinie, wenn die Fläche 3,75 m² und die Höhe 2,50 m ist?

Lösung: $g = \frac{F \cdot 2}{h} = \frac{3{,}75 \cdot 2}{2{,}50} = \mathbf{3{,}00}$ m

Trapez
Trapezoid

G = große Grundlinie
g = kleine Grundlinie



$$F = \frac{G + g}{2} \cdot h$$

$$h = \frac{2 \cdot F}{G + g}$$

$$G = \frac{2 \cdot F}{h} - g \qquad g = \frac{2 \cdot F}{h} - G$$

1. Beispiel: Seite G sei 50 cm, $g = 40$ cm, $h = 35$ cm. Berechne den Flächeninhalt in cm²?

Lösung: $F = \frac{G + g}{2} \cdot h = \frac{50 + 40}{2} \cdot 35$

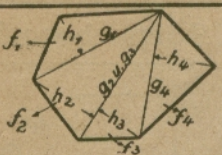
$= 45 \cdot 35 = \mathbf{1575}$ cm²

Aus der gegebenen Mittellinie $M = \frac{(G + g)}{2}$ kann die Fläche des Trapezes gleichfalls berechnet werden.

2. Beispiel: Ist die Mittellinie $M = 45$ cm und die Höhe $h = 35$ cm, dann berechnet man die Fläche nach der Formel $F = M \cdot h$, mithin $F = 45 \cdot 35 = \mathbf{1575}$ cm².

Vielecke

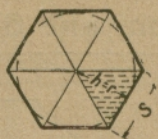
n = Anzahl der Seiten



$F = f_1 + f_2 + f_3 + f_4$

oder

Summe aller Flächen



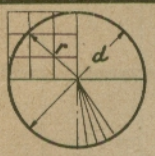
$U = s \cdot n$

$F = \frac{h \cdot s}{2} \cdot n$

Anmerkung: Beliebig begrenzte Flächen werden in Dreiecke, Trapeze, Kreisstücke usw. zerlegt; dann berechnet man die einzelnen Teilflächen so, wie in den vorhergehend. Beispielen angegeb. u. zählt alle Inhalte zusammen.

Kreis

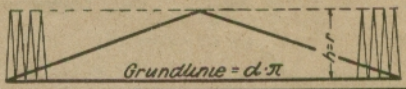
r = Radius
d = Durchmesser
π (pi) = 3,14
$\frac{\pi}{4} = 0{,}785$



$U = d \cdot \pi$ oder $2r \cdot \pi$

$F = d^2 \cdot \frac{\pi}{4}$ oder $r^2 \cdot \pi$

$d = \frac{U}{\pi}$



$d = \sqrt{F \cdot \frac{4}{\pi}}$

1. Beispiel: Wie groß ist der Umfang in cm, die Fläche in cm², wenn $d = 450$ mm ist? π (pi) $= U : d$.

Lösung:

$U = d \cdot \pi = 450 \cdot 3{,}14$ oder $2 \cdot r \cdot \pi$

$= 450 \cdot 3{,}14 = 1414$ mm $=$ **141,4 cm**

$F = d^2 \cdot \frac{\pi}{4} = 450 \cdot 450 \cdot 0{,}785$

$= 158962{,}5$ mm² $= \frac{158962{,}5}{100} =$ **1589,63 cm²**

2. Beispiel: Der Umfang ist 140,70 cm, die Fläche 1576 cm². Wie groß ist d?

Lösung: d aus dem Umfang berechnet:

$d = \frac{U}{\pi} = \frac{140{,}7}{3{,}14} =$ **44,8 cm**

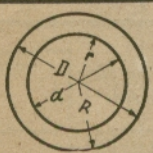
Lösung: d aus der Fläche berechnet:

$d = \sqrt{F \cdot \frac{4}{\pi}}$; $d^2 = 1576 \cdot \frac{4}{3{,}14} = 1576 \cdot 1{,}274 = 2007$

$d = \sqrt{2007} =$ **44,8 cm**

Kreisring

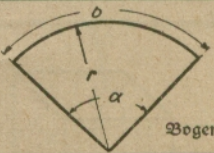
Kreisausschnitt



$F = (D^2 - d^2) \cdot \frac{\pi}{4}$

oder

$F = (R^2 - r^2) \cdot \pi$



$F = \frac{r^2 \cdot \pi \cdot \alpha^0}{360^0}$

oder $\frac{b \cdot r}{2}$

Bogenlänge $b = \frac{r \cdot \pi \cdot \alpha^0}{180^0}$

1. Beispiel: Ein Kreisring hat $D = 24$ cm, $d = 16$ cm. Wie groß ist die Ringfläche in cm²?

Lösung:

$F = (D^2 - d^2) \cdot \frac{\pi}{4}$

$= (24 \cdot 24 - 16 \cdot 16) \cdot 0{,}785 = 320 \cdot 0{,}785$

$=$ **251,20 cm²**

2. Beispiel: Berechne den Flächeninhalt eines Kreisausschnittes, wenn der Winkel α (Zentriwinkel) $= 160^0$ und $r = 15$ cm beträgt?

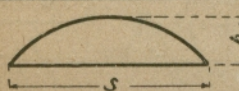
Lösung: $F = \frac{r^2 \cdot \pi \cdot \alpha^0}{360^0} = \frac{15 \cdot 15 \cdot 3{,}14 \cdot 160}{360} =$ **314 cm²**

3. Beispiel: Die Bogenlänge b berechnet man:

$b = \frac{r \cdot \pi \cdot \alpha^0}{180^0} = \frac{15 \cdot 3{,}14 \cdot 160}{180} =$ **41,87 cm**

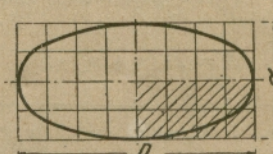
Kreisabschnitt

Ellipse



$F = \frac{h}{6 \cdot s} \cdot (3h^2 + 4s^2)$ oder

angenäherte Formel $F = s \cdot \frac{2}{3} \cdot h$



annähernd: $U = \frac{D + d}{2} \cdot \pi$

genau: $U = 1{,}99 \cdot \pi \cdot \sqrt{\frac{1}{2}\left[\left(\frac{D}{2}\right)^2 + \left(\frac{d}{2}\right)^2\right]}$

$F = D \cdot d \cdot \frac{\pi}{4}$

Beispiel: Welchen Flächeninhalt hat der Kreisabschnitt, wenn die Sehne $s = 30$ cm, die Höhe $h = 18$ cm beträgt?

1. Lösung: $F = \frac{h}{6 \cdot s} \cdot (3h^2 + 4s^2)$

$= \frac{18}{6 \cdot 30} \cdot (3 \cdot 18 \cdot 18 + 4 \cdot 30 \cdot 30) = \frac{18}{180} \cdot 4572$

$=$ **457,2 cm²**

2. Lösung (aus der angenäherten Formel):

$F = s \cdot \frac{2}{3} \cdot h = 30 \cdot \frac{2}{3} \cdot 18 =$ **360 cm²**

Beispiel: Bei einer Ellipse sei $D = 60$ cm, $d = 40$ cm. Wie groß ist der Umfang in m, der Flächeninhalt in m²?

Lösung: $U = \frac{D + d}{2} \cdot \pi = \frac{60 + 40}{2} \cdot 3{,}14$

$= \frac{100}{2} \cdot 3{,}14 = 157$ cm $=$ **1,57 m**

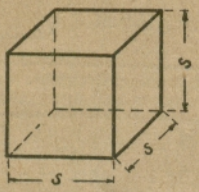
$F = D \cdot d \cdot \frac{\pi}{4} = 60 \cdot 40 \cdot 0{,}785 =$ **188,4 cm²**

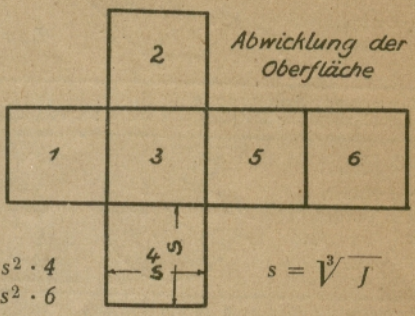
$= \frac{188{,}4}{10000} =$ **0,01884 m²** $=$ **~ 0,019 m²**

Formeln und Beispiele für die Körperberechnung.

Würfel

J = Rauminhalt
M = Mantelfläche
O = Oberfläche





$$J = s \cdot s \cdot s = s^3$$
$$M = s \cdot s \cdot 4 \text{ oder } = s^2 \cdot 4$$
$$O = s \cdot s \cdot 6 \text{ oder } = s^2 \cdot 6$$
$$s = \sqrt[3]{J}$$

1. Beispiel: Ein würfelförmiges Gefäß hat eine Seitenlänge von 30 cm. Berechne den Rauminhalt in cm^3.

Lösung: $J = s^3 = 30 \cdot 30 \cdot 30 = \mathbf{27000\ cm^3}$

Berechne die Mantel- und Oberfläche.

$M = s^2 \cdot 4 = 30 \cdot 30 \cdot 4 = \mathbf{3600\ cm^2}$
$O = s^2 \cdot 6 = 30 \cdot 30 \cdot 6 = \mathbf{5400\ cm^2}$

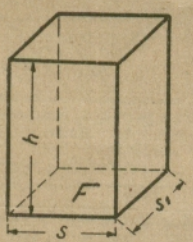
2. Beispiel: Der Rauminhalt eines würfelförmig. Gefäßes ist 0,125 m^3. Wie groß ist die Seite in m?

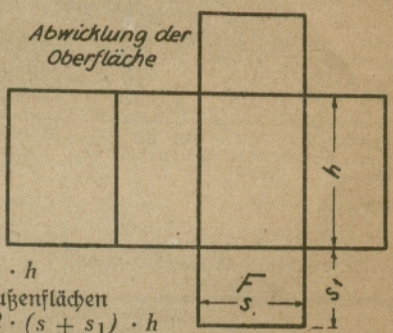
Lösung:

$s = \sqrt[3]{J} = \sqrt[3]{125000\ (cm^3)}$
$= \mathbf{50\ cm = 0{,}50\ m}$

Prisma

F = Grundfläche





$J = F \cdot h = (s \cdot s_1) \cdot h$
O = Summe aller Außenflächen
$= 2 \cdot (s \cdot s_1) + 2 \cdot (s + s_1) \cdot h$

$$M = 2 \cdot (s + s_1) \cdot h; \quad s = \frac{J}{s_1 \cdot h}; \quad s_1 = \frac{J}{s \cdot h}; \quad h = \frac{J}{s \cdot s_1}$$

1. Beispiel: Ein Prisma zu berechnen, wenn die Seite $s = 0{,}45$ m, $s_1 = 0{,}32$ m und die Höhe $h = 0{,}75$ m ist.

a) Wie groß ist der Inhalt in m^3?
b) Wieviel m^2 ist die Mantelfläche und die Oberfläche groß?

Lösung: $J = F \cdot h = s \cdot s_1 \cdot h = 0{,}45 \cdot 0{,}32 \cdot 0{,}75$
$= \mathbf{0{,}108\ m^3}$ **oder 108 Liter (l)**

$M = 2 \cdot (s + s_1) \cdot h = 2 \cdot (0{,}45 + 0{,}32) \cdot 0{,}75 = 2 \cdot 0{,}77 \cdot 0{,}75$
$= \mathbf{1{,}155\ m^2}$

$O = 2 \cdot (s \cdot s_1) + 2 \cdot (s + s_1) \cdot h = 2 \cdot (0{,}45 \cdot 0{,}32)$
$+ 2 \cdot (0{,}45 + 0{,}32) \cdot 0{,}75 = 0{,}288 + 1{,}155 = \mathbf{1{,}443\ m^2}$

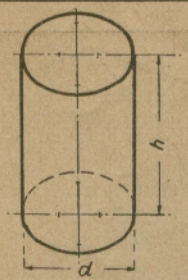
2. Beispiel: Berechne die Seite s, wenn $s_1 = 0{,}32$ m, die Höhe 0,75 m und der Inhalt $= 0{,}108\ m^3$ ist.

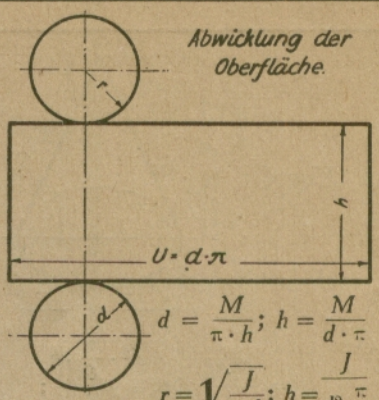
$$s = \frac{J}{s_1 \cdot h} = \frac{0{,}108}{0{,}32 \cdot 0{,}75} = 180 : 240$$
$$= \mathbf{0{,}45\ m}$$

3. Beispiel: Berechne die Höhe h, wenn $s = 0{,}45$ m, $s_1 = 0{,}32$ m ist.

Lösung: $h = \frac{J}{s \cdot s_1} = \frac{0{,}108}{0{,}42 \cdot 0{,}32}$
$= \mathbf{0{,}75\ m}$

Zylinder





$J = d^2 \cdot \frac{\pi}{4} \cdot h$ oder $r^2 \cdot \pi \cdot h$

$M = d \cdot \pi \cdot h$ oder $2r \cdot \pi \cdot h$

$O = 2 \cdot \left(d^2 \cdot \frac{\pi}{4}\right) + (d \cdot \pi \cdot h)$

$d = \frac{M}{\pi \cdot h}$; $h = \frac{M}{d \cdot \pi}$

$r = \sqrt{\frac{J}{\pi \cdot h}}$; $h = \frac{J}{d^2 \cdot \frac{\pi}{4}}$

1. Beispiel: Den Inhalt und die Mantelfläche eines Gefäßes zu berechnen, wenn gegeben ist $d = 28$ cm und $h = 55$ cm?

Lösung: $J = d^2 \cdot \frac{\pi}{4} \cdot h = 28 \cdot 28 \cdot 0{,}785 \cdot 55$
$= \mathbf{33\,849{,}20\ cm^3}$

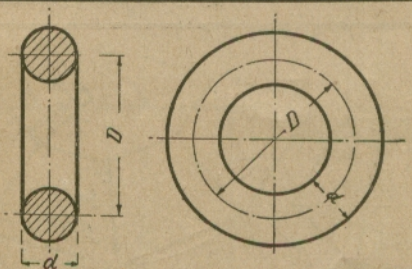
$M = d \cdot \pi \cdot h = 28 \cdot 3{,}14 \cdot 55 = \mathbf{4835{,}6\ cm^2}$

2. Beispiel: Wie groß ist die Höhe eines Gefäßes, wenn $J = 33\,849{,}20$ cm³ und $d = 28$ cm ist?

Lösung: $h = \frac{J}{d^2 \cdot \frac{\pi}{4}} = \frac{33\,849{,}20}{28 \cdot 28 \cdot 0{,}785}$

$h = 33\,849{,}20 : 615{,}44 = \mathbf{55\ cm}$

Zylindrischer Ring



$J = d^2 \cdot \frac{\pi}{4} \cdot D \cdot \pi$

oder

$\frac{D \cdot d^2 \cdot \pi^2}{4}$

Beispiel: Berechne: a) den Inhalt eines kupfern. Ringes mit $D = 50$ mm, $d = 10$ mm, b) das Gewicht in g, wenn das Einheitsgewicht $= 8{,}85$ ist.

Lösung:
a) $J = d^2 \cdot \frac{\pi}{4} \cdot D \cdot \pi = 10 \cdot 10 \cdot 0{,}785 \cdot 50 \cdot 3{,}14 = \mathbf{12\,324{,}50\ mm^3}$
$= \mathbf{12{,}325\ cm^3}$

b) $12{,}325 \cdot 8{,}85 = \mathbf{109{,}076\ g = \sim 0{,}109\ kg}$

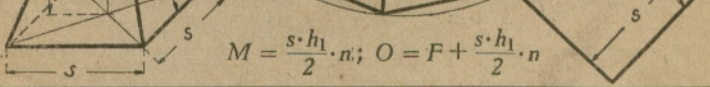
Merke: cm³ · Einheitsgewicht ergibt g; dm³ = kg; m³ = t.

Pyramide

n = Seitenzahl

F = Grundfläche

O = Oberfläche



$J = \frac{F \cdot h}{3}$; $h = \frac{3 \cdot J}{F}$

$M = \frac{s \cdot h_1}{2} \cdot n$; $O = F + \frac{s \cdot h_1}{2} \cdot n$

1. Beispiel: Berechne den Inhalt einer quadratischen Pyramide in m³, wenn die Seite $s = 0{,}65$ m und die Höhe $h = 1{,}05$ m ist.

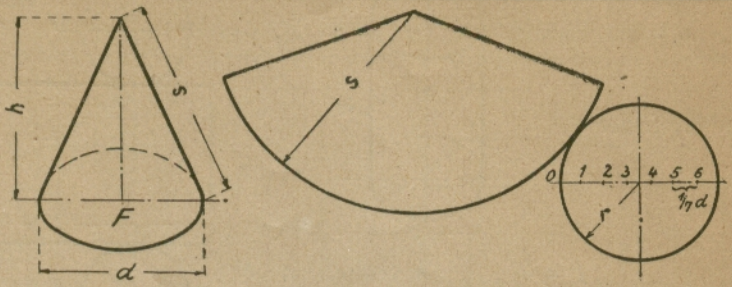
Lösung:
$J = \frac{F \cdot h}{3} = \frac{s \cdot s \cdot h}{3} = \frac{0{,}65 \cdot 0{,}65 \cdot 1{,}05}{3}$
$= \mathbf{0{,}147\ m^3}$

2. Beispiel: Berechne die Mantel- und Oberfläche der Pyramide nach dem Beispiel 1, wenn $h_1 = 1{,}10$ m ist.

Lösung: $M = \frac{s \cdot h_1}{2} \cdot n = \frac{0{,}65 \cdot 1{,}10}{2} \cdot 4 = \mathbf{1{,}43\ m^2}$

$O = F + \frac{s \cdot h_1}{2} \cdot n = s \cdot s + \frac{s \cdot h_1}{2} \cdot n = 0{,}65 \cdot 0{,}65 + \frac{0{,}65 \cdot 1{,}10}{2} \cdot 4$
$= \mathbf{1{,}853\ m^2}$

Kegel



$$J = \frac{F \cdot h}{3} \text{ oder } \frac{d^2 \cdot \frac{\pi}{4} \cdot h}{3}; \quad M = \frac{d \cdot \pi \cdot s}{2}; \quad r = \sqrt[2]{\frac{3J}{\pi \cdot h}}; \quad h = \frac{3J}{\pi \cdot r^2}$$

Beispiel: Bestimme a) den Inhalt eines Kegels, wenn $d = 0{,}75$ m, $h = 1{,}20$ m ist, b) die Mantelfläche, wenn $s = 1{,}26$ m ist.

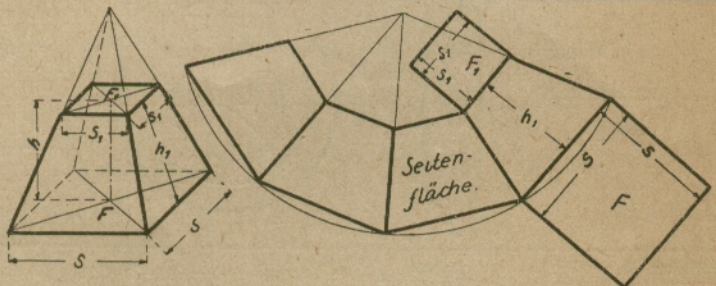
Lösung: a) $J = \frac{F \cdot h}{3}$ oder $\frac{d^2 \cdot \frac{\pi}{4} \cdot h}{3}$ oder $\frac{r^2 \cdot \pi \cdot h}{3}$

$$= \frac{0{,}75 \cdot 0{,}75 \cdot 0{,}785 \cdot 1{,}2}{3} = \mathbf{0{,}177\ m^3}$$

b) $M = \frac{d \cdot \pi \cdot s}{2} = \frac{0{,}75 \cdot 3{,}14 \cdot 1{,}26}{2} = \mathbf{1{,}49\ m^2}$

Abgestumpfte Pyramide

F_1 = kleine Grundfläche
F = große Grundfläche
n = Seitenzahl



$$J \text{ (annähernd)} = \left(\frac{F + F_1}{2}\right) \cdot h; \quad O = (F + F_1) + \left(\frac{s + s_1}{2}\right) \cdot h \cdot n$$

$$J = \text{(genau)} \ \frac{h}{3} \cdot (F + F_1 + \sqrt[2]{F \cdot F_1}); \quad M = \left(\frac{s + s_1}{2}\right) \cdot h_1 \cdot n$$

1. Beispiel: Wie groß ist der Inhalt einer abgestumpften quadratischen Pyramide, wenn $s = 1{,}80$ m, $s_1 = 0{,}90$ m, $h = 0{,}85$ m ist?

Lösung: Angenäherte Formel: $J = \frac{F + F_1}{2} \cdot h$

$$= \frac{s \cdot s + s_1 \cdot s_1}{2} \cdot h = \frac{1{,}80 \cdot 1{,}80 + 0{,}90 \cdot 0{,}90}{2} \cdot 0{,}85$$

$$= \mathbf{1{,}72\ m^3}$$

Genaue Formel: $J = \frac{h}{3}(F + F_1 + \sqrt{F \cdot F_1})$

$$= \frac{h}{3}(s \cdot s + s_1 \cdot s_1) + (\sqrt{s \cdot s \cdot s_1 \cdot s_1})$$

$$= \frac{0{,}85}{3} \cdot [(1{,}80 \cdot 1{,}80) + (0{,}90 \cdot 0{,}90)]$$

$$+ [\sqrt{(1{,}80 \cdot 1{,}80) \cdot (0{,}90 \cdot 0{,}90)}]$$

$$= \frac{0{,}85 \cdot 5{,}67}{3} = \sim \mathbf{1{,}61\ m^3}$$

2. Beispiel: Bestimme die Mantel- und Oberfläche, wenn $h_1 = 1{,}40$ m ist.

Lösung: $M = \frac{s + s}{2} \cdot h_1 \cdot n$

$$= \frac{1{,}80 + 0{,}90}{2} \cdot 1{,}40 \cdot 4 = \frac{2{,}70}{2} \cdot 5{,}60$$

$$= \mathbf{7{,}56\ m^2}$$

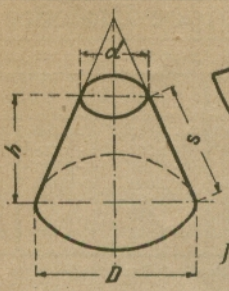
$$O = (F + F_1) + \left(\frac{s + s_1}{2}\right) \cdot h_1 \cdot n$$

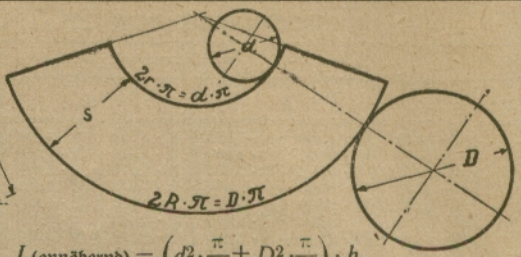
$$= (s \cdot s + s_1 \cdot s_1) + \left(\frac{s + s_1}{2}\right) \cdot h_1 \cdot n$$

$$= 1{,}80 \cdot 1{,}80 + 0{,}90 \cdot 0{,}90 + \left(\frac{1{,}80 + 0{,}90}{2}\right)$$

$$\cdot 1{,}40 \cdot 4 = \mathbf{11{,}61\ m^2}$$

Abgestumpfter Kegel





$$J \text{ (annähernd)} = \frac{\left(d^2 \cdot \frac{\pi}{4} + D^2 \cdot \frac{\pi}{4}\right) \cdot h}{2}$$

$$J \text{ (genau)} = (d^2 + d \cdot D + D^2) \cdot \frac{\pi}{12} \cdot h \text{ oder } J = (R^2 + R \cdot r + r^2) \cdot \frac{\pi}{3} \cdot h \qquad M = \pi \cdot s \cdot \left(\frac{D+d}{2}\right)$$

1. Beispiel: Der Inhalt eines Eimers, ist zu berechnen, der folgende Abmessungen hat: oberer Durchm. $d = 20$ cm, unterer $D = 30$ cm, $h = 32$ cm.

Lösung: Angenäherte Formel:

$$J = \left(\frac{d^2 \cdot \frac{\pi}{4} + D^2 \cdot \frac{\pi}{4}}{2}\right) \cdot h = \left(\frac{20 \cdot 20 \cdot 0{,}785 + 30 \cdot 30 \cdot 0{,}785}{2}\right) \cdot 32$$

$$= \mathbf{16\,328{,}00\ cm^3}$$

Genaue Formel:

$$J = (d^2 + d \cdot D + D^2) \cdot \frac{\pi \cdot h}{12} = (20 \cdot 20 + 20 \cdot 30 + 30 \cdot 30) \cdot \frac{3{,}14 \cdot 32}{12}$$

$$= (400 + 600 + 900) \cdot 8{,}37 = 1900 \cdot 8{,}37 = \mathbf{15\,903\ cm^3}$$

$$\text{oder } \mathbf{15{,}903\ dm^3}\ (l)$$

2. Beispiel: Wie groß ist die Mantelfläche, wenn $s = 35$ cm ist?

Lösung:

$$M = \pi \cdot s \cdot \left(\frac{D+d}{2}\right)$$

$$= 3{,}14 \cdot 35 \cdot \left(\frac{30+20}{2}\right)$$

$$= 109{,}90 \cdot 25$$

$$= \mathbf{2747{,}50\ cm^2}$$

$$\text{oder } \mathbf{0{,}275\ m^2}$$

Kugel

$$J = d^3 \cdot \frac{\pi}{6} \text{ oder } d^3 \cdot 0{,}5236 \text{ oder } \frac{4}{3} r^3 \cdot \pi$$

$$O = d^2 \cdot \pi \text{ oder } 4r^2 \cdot \pi$$

1. Beispiel: Wie groß ist der Inhalt einer Kugel, wenn $d = 25$ cm ist?

Lösung: $J = d^3 \cdot \frac{\pi}{6} = 25 \cdot 25 \cdot 25 \cdot \frac{3{,}14}{6}$

$$= 15\,625 \cdot 0{,}5236 = \mathbf{8181{,}25\ cm^3} = \sim \mathbf{8{,}2\ l}$$

2. Beispiel: Wie groß ist die Oberfläche der Kugel?

Lösung: $O = d^2 \cdot \pi = 25 \cdot 25 \cdot 3{,}14$

$$= 625 \cdot 3{,}14 = \mathbf{1962{,}50\ cm^2} = \mathbf{0{,}196\ m^2}$$

Verbindungen mit pi.

$\pi = 3{,}141$	$\frac{\pi}{2} = 1{,}570$
$2\pi = 6{,}283$	$\frac{\pi}{3} = 1{,}047$
$3\pi = 9{,}424$	$\frac{\pi}{4} = 0{,}785$
$4\pi = 12{,}566$	$\frac{\pi}{6} = 0{,}5236$
$\pi^2 = 9{,}869$	$\frac{\pi}{12} = 0{,}2618$
$\pi^3 = 31{,}006$	$\sqrt{\pi} = 1{,}772$
$\frac{1}{\pi} = 0{,}318$	$\sqrt[3]{\pi} = 0{,}683$

Annähernd ist $\pi = \frac{22}{7}$

Das griechische Alphabet.

Anmerkung: Die griechischen Buchstaben benutzt man als Bezeichnung von Größen, so z. B. für Winkelgrößen (α, β, γ), für den Wirkungsgrad (η) für den Widerstand elektrischer Leitungen (Ω) usw.

Α α	Β β	Γ γ	Δ δ	Ε ε	Ζ ζ	Η η	Θ ϑ	Ι ι	Κ κ	Λ λ	Μ μ
Alpha	Beta	Gamma	Delta	Epsilon	Zeta	Eta	Theta	Jota	Kappa	Lambda	My
Ν ν	Ξ ξ	Ο ο	Π π	Ρ ρ	Σ σ	Τ τ	Υ υ	Φ φ	Χ χ	Ψ ψ	Ω ω
Ny	Xi	Omikron	Pi	Rho	Sigma	Tau	Ypsilon	Phi	Chi	Psi	Omega

Berechnung regelmäßiger Vielecke

n = Seitenanzahl; F = Flächeninhalt; s = Seite; R = Umkreis; r = Innenkreis.

n	F		s		R		r	
3	$s^2 \cdot 0{,}433$	$R^2 \cdot 1{,}299$	$r^2 \cdot 5{,}196$	$R \cdot 1{,}732$	$r \cdot 3{,}464$	$s \cdot 0{,}577$	$r \cdot 2{,}000$	$s \cdot 0{,}289$	$R \cdot 0{,}500$
4	$s^2 \cdot 1{,}000$	$R^2 \cdot 2{,}000$	$r^2 \cdot 4{,}000$	$R \cdot 1{,}414$	$r \cdot 2{,}000$	$s \cdot 0{,}707$	$r \cdot 1{,}414$	$s \cdot 0{,}500$	$R \cdot 0{,}707$
5	$s^2 \cdot 1{,}721$	$R^2 \cdot 2{,}378$	$r^2 \cdot 3{,}633$	$R \cdot 1{,}176$	$r \cdot 1{,}453$	$s \cdot 0{,}851$	$r \cdot 1{,}236$	$s \cdot 0{,}688$	$R \cdot 0{,}809$
6	$s^2 \cdot 2{,}598$	$R^2 \cdot 2{,}598$	$r^2 \cdot 3{,}464$	$R \cdot 1{,}000$	$r \cdot 1{,}155$	$s \cdot 1{,}000$	$r \cdot 1{,}155$	$s \cdot 0{,}866$	$R \cdot 0{,}866$
8	$s^2 \cdot 4{,}828$	$R^2 \cdot 2{,}828$	$r^2 \cdot 3{,}314$	$R \cdot 0{,}765$	$r \cdot 0{,}828$	$s \cdot 1{,}307$	$r \cdot 1{,}082$	$s \cdot 1{,}207$	$R \cdot 0{,}924$
10	$s^2 \cdot 7{,}694$	$R^2 \cdot 2{,}939$	$r^2 \cdot 3{,}249$	$R \cdot 0{,}618$	$r \cdot 0{,}650$	$s \cdot 1{,}618$	$r \cdot 1{,}051$	$s \cdot 1{,}539$	$R \cdot 0{,}951$
12	$s^2 \cdot 11{,}196$	$R^2 \cdot 3{,}000$	$r^2 \cdot 3{,}215$	$R \cdot 0{,}518$	$r \cdot 0{,}536$	$s \cdot 1{,}932$	$r \cdot 1{,}035$	$s \cdot 1{,}866$	$R \cdot 0{,}966$

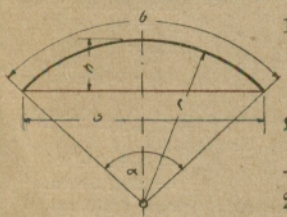
Beispiel: Berechne den Flächeninhalt und den Radius des Um- und Innenkreises eines Sechsecks, wenn die Seitenlänge = 1,5 m ist.

Lösung: Nach der Tabelle ist: $F = s^2 \cdot 2{,}598 = 1{,}5 \cdot 1{,}5 \cdot 2{,}598 = \mathbf{5{,}845}\ m^2$

$R = s \cdot 1{,}000 = 1{,}5 \cdot 1{,}000 = \mathbf{1{,}500}$ m (Seitenlänge)

$r = s \cdot 0{,}866 = 1{,}5 \cdot 0{,}866 = \mathbf{1{,}299}$ m

Berechnung von Bogenlängen, Sehnen, Bogenhöhen und Inhalte der Kreisabschnitte. Gegeben Zentriwinkel und Radius.



1. Beispiel: Wie groß ist die Bogenlänge bei einem Winkel von 45° und r = 5 m.

Lösung: $5 \cdot 0{,}7854 = \sim \mathbf{3{,}93}$ m

2. Beispiel: Wie lang ist die Sehne bei denselben Abmessungen?

Lösung: $5 \cdot 0{,}7654 = 3{,}83$ m

3. Beispiel: Berechne die Bogenhöhe bei den gleichen Abmessungen?

Lösung: $5 \cdot 0{,}0761 = 0{,}38$ m

4. Beispiel: Berechne den Flächeninhalt des Kreisabschnittes, wenn r = 5 cm und Winkel $\alpha = 45°$ ist.

Lösung: $5^2 \cdot 0{,}03915 = 5 \cdot 5 \cdot 0{,}03915 = 0{,}98\ m^2$

Zentriwinkel α^0	Bogenlänge b	Sehne s	Bogenhöhe h	Inhalt des Kreisabschnittes
5°	0,0873	0,0872	0,0010	0,00006
10°	0,1745	0,1743	0,0038	0,00044
15°	0,2618	0,1932	0,0074	0,00106
20°	0,3491	0,3473	0,0152	0,00352
25°	0,4363	0,4329	0,0237	0,00686
30°	0,5236	0,5176	0,0341	0,01180
40°	0,6981	0,6840	0,0603	0,02767
45°	**0,7854**	**0,7654**	**0,0761**	**0,03915**
50°	0,8727	0,8452	0,0937	0,05331
60°	1,0472	1,0000	0,1340	0,09059
72°	1,2566	1,1756	0,1910	0,15279
75°	1,3090	1,2175	0,2066	0,17154
80°	1,3963	1,2856	0,2340	0,20573
90°	1,5708	1,4142	0,2929	0,28540
100°	1,7453	1,5321	0,3572	0,38026
120°	2,0944	1,7321	0,5000	0,61418
135°	2,3562	1,8478	0,6173	0,82454
150°	2,6180	1,9319	0,7412	1,05900

Eigengewichte wichtiger Werkstoffe

1 m³ wiegt kg

Werkstoffe	Mittelwert kg/m³
1. Metalle:	
Aluminium	2600
Blei	11300
Bronze	8600
Flußeisen	7800
Gußeisen	7300
Kupfer	8850
Messing	8500
Stahl	7700
Zink	7100
Zinn	7400

Heizwerte WE/kg

Steinkohle	6800	Benzin	10300
Braunkohle	3650	Benzol	10000
Torf	3500	Petroleum	10800
Holz	3500	Spiritus	5800
Holzkohle	8000	Azetylen	13600
Koks	7000	Leuchtgas	5100

Werkstoffe	Mittelwert kg/m³
2. Baustoffe:	
Sand, Erde, Lehm (trocken)	1600
Kies (trocken)	1700
Koksasche	750
Granit, Syenit	2800
Basalt	3000
Marmor	2700
Kalksteine, dicht	2500
Schamotte	1900
Sandstein	2500
Zement	1400
Ziegelstein	1700
3. Mauerwerk aus:	
Ziegelstein	1800
Klinker	1900
Lochstein	1300
Bruchstein	2800
Sandstein	2400
Beton	2000

Werkstoffe	Mittelwert kg/m³
4. Mörtel:	
Gips	1000
Kalkmörtel	1800
Zementmörtel	2100
5. Hölzer:	
Buche	800
Eiche, Pechkiefer	900
Kiefer	700
Tanne, Fichte	600
6. Brennstoffe: (geschichtet)	
Kohle	800
Braunkohle	700
Torf	400
Koks	500
Holzkohle	250

Ausziehen der Quadratwurzel.

Anmerkung: Multipliziert man eine Zahl mit sich selbst, so heißt das Produkt — das Quadrat der Zahl. Ist die Seite eines Quadrats 8 m lang, so hat das Quadrat $8 \cdot 8 = 64$ m². 64 ist demnach das Quadrat von 8. Für $8 \cdot 8$ schreibt man kurz 8^2. Wird die Zahl gesucht, die, mit sich selbst multipliziert, 64 ergibt, dann sucht man die Quadratwurzel.

Geschrieben: $\sqrt{64}$ oder $\sqrt{64} = 8$

8 zerlegt man z. B. in $6+2$; $8^2 = (6+2)^2 = (6+2)(6+2)$

$(6+2)^2 = 36 + 2 \cdot 6 \cdot 2 + 4$

In Buchstaben: $6 = a$, $2 = b$

mithin $(a+b)^2 = (a+b)(a+b) = a^2 + 2ab + b^2$

1) $6^2 = 36$
2) $2 \cdot 6 + 2 \cdot 6 = 24$
3) $2^2 = 4$

$(6+2)^2 = 64$

1. Beispiel: $\sqrt{784} = 20 = a$

$a^2 = 20 \cdot 20 = 400$

$384 : 40$ (oder $2 \cdot a$) $= 8 = b$

$2 \cdot a \cdot b = 2 \cdot 20 \cdot 8 = 320$

64 Wurzel $= 20 + 8 = 28$

$b^2 = 8 \cdot 8 = 64$

0

Abgekürztes Verfahren: $\sqrt{7|84} = 28$, 4, $384 : 40$, 384, 0

Sprechweise: Die Wurzel ist zweistellig. $\sqrt{7} = 2$; $2^2 = 4$, von 7 abgezogen, gibt 3 Rest. Die nächste Gruppe heruntergezogen, gibt 384. Man teilt durch $2 \cdot 20 = 40$, gibt 8; $8^2 + 8 \cdot 40 = 384$.

$\sqrt{784}$ $\quad$ $\sqrt{7|84}$

Vor dem Rechnen wird die Zahl in Gruppen (2stellige Zahlen), und zwar von rechts nach links eingeteilt. Die Antwort hat soviel Stellen, wie Gruppen gebildet sind. — Bei einem **Dezimalbruch** erfolgt die Gruppenteilung vom Komma aus, und zwar gleichmäßig von rechts und links.

2. Beispiel: Abgekürztes Verfahren mit Dezimalbruch

$\sqrt{3|06,25} = 17,5$

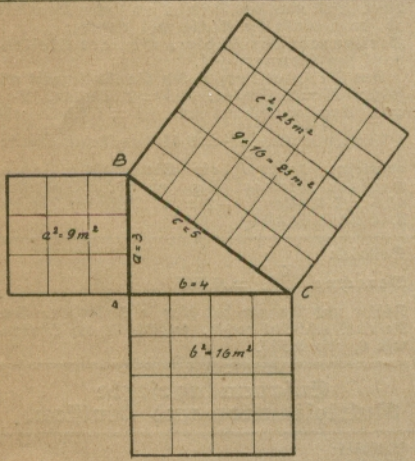
$10 \cdot 10 = 100$, $206 : 20$ $(2 \cdot 10)$

$7^2 + 7 \cdot 20 = 189$, $1725 : 340$ $(2 \cdot 170)$

$5^2 + 5 \cdot 340 = 1725$, 0

Probe: $17,5 \cdot 17,5 = 306,25$

Pythagoreischer Lehrsatz.



Anmerkung: Die den rechten Winkel einschließenden Seiten eines rechtwinkligen Dreiecks heißen die Katheten (AB und AC); die dem rechten Winkel gegenüberliegende Seite heißt Hypotenuse (BC).

Errichtet man über jeder Seite des rechtwinkligen Dreiecks ein Quadrat, teilt die Seiten in 3, 4 bzw. 5 Teile und zieht Linien zu den gegenüberliegenden Teilungspunkten, so zerfällt a^2 in $3 \cdot 3 = 9$, b^2 in $4 \cdot 4 = 16$ und c^2 in $5 \cdot 5 = 25$ gleiche Quadrate.

Für rechtwinklige Dreiecke, die ein Seitenverhältnis wie 3 : 4 : 5 besitzen, gilt der **pythagoreische Lehrsatz:**

Das Hypotenusenquadrat ist gleich der Summe der beiden Kathetenquadrate.

Es ist demnach: $5^2 = 3^2 + 4^2$

$25 = 9 + 16$

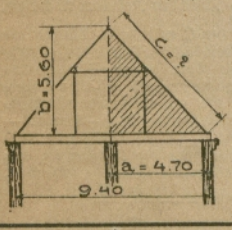
$c^2 = a^2 + b^2$; $c = \sqrt{a^2 + b^2}$

$b^2 = c^2 - a^2$; $b = \sqrt{c^2 - a^2}$

$a^2 = c^2 - b^2$; $a = \sqrt{c^2 - b^2}$

Alle Seiten von 60, 80 und 100 cm, von 1,50, 2,00 und 2,50 m bilden ebenfalls rechtwinklige Dreiecke, ebenso Dreiecke mit dem Seitenverhältnis 5:12:13; 7:24:25; 8:15:17 usw. (pythagor. Dreiecke).

1. Beispiel: Die Seitenlänge c ist rechnerisch zu ermitteln. $a = 4{,}70$; $b = 5{,}60$; $c = ?$ m.



Lösung:

$c^2 = a^2 + b^2$

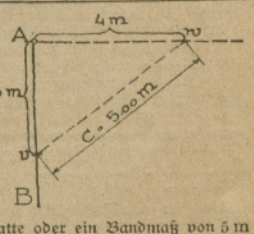
mithin $c^2 = 4{,}70^2 + 5{,}60^2$

$c = \sqrt{4{,}70^2 + 5{,}60^2}$

$= \sqrt{22{,}09 + 31{,}36}$

$c = \sqrt{53{,}45} = 7{,}31$ m

2. Beispiel: Abstecken des rechten Winkels auf der Arbeitsstätte.

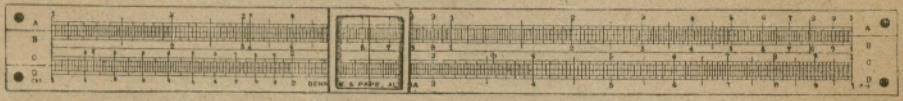


Lösung:

AB sei Fluchtlinie. Trage darauf 3 m ab (Av), auf eine Latte trage 4 m (A w) ab u. halte sie an Punkt A an; darauf lege eine Latte oder ein Bandmaß von 5 m Länge an Punkt v und w an. Sobald beide Punkte sich berühren, entsteht bei Punkt A der rechte Winkel.

Benutzung des Rechenschiebers.

Der Rechenstab eignet sich besonders als Hilfsmittel für Multiplikationen, Divisionen und damit verbundene Rechenaufgaben. Er besteht aus dem Lineal, in dem ein Schieber gleitet und mit dem über beide Teile greifenden Läufer mit Teilstrich. Das Lineal besitzt zwei Teilungen A (obere) und D (untere), ebenso der Schieber B und C. Die Berechnung erfolgt am zweckmäßigsten auf der Teilung B und C. Einige Beispiele zur Erläuterung des Rechenstabes.



Multiplikation.

Anmerkung:
Beim Multiplizieren zweier Zahlen reiht man die Zahlen aneinander.

1. Beispiel:
Berechne $2 \times 2 = 4$.

Anwendung:
Stelle linken Kennstrich (1) bei Teilung **C** auf 2 der Teilung **D**. Schiebe den Läufer auf Teilung C bis 2, das Resultat **4** ist darunter auf Teilung D abzulesen.

2. Beispiel:
Berechne $2 \times 35 = 70$.

Anwendung:
Die Schieberstellung kann hierbei dieselbe bleiben, man geht nur mit dem Läufer auf Teilung **C** bis 3,5, liest auf Teilung **D** das darunterstehende Resultat sieben, null ab.

Anmerkung:
Beim Ablesen spreche man nicht die Zahl, sondern die Ziffer aus, z. B. drei, fünf = 35, sechs, null = 60, zwei, sechs, vier = 264. Die Stellenzahl bestimme man ganz mechanisch (nicht überschlagen), und zwar so, daß von der Stellenzahl = Stellensumme soviel Stellen abgezogen werden, so oft der linke Kennstrich (1) benutzt worden ist. Bei Beispiel 1 z. B. ist: $2 \times 2 = 2$ Stellen, linker Kennstrich (1) ist nur 1 mal benutzt, demnach 2—1 = Stelle, Resultat also 4, nicht 40 oder 0,4.

3. Beispiel:
Berechne $6{,}25 \times 18{,}4 = 115$.

Anwendung:
Den rechten Kennstrich (1=10) Teilung **C** stellt man auf 6,25 Teilung **D** und liest bei 18,4 (C) das auf Teilung D stehende Resultat eins, eins, fünf = 115 ab. — Stellenzahl = Stellensumme, linker Kennstrich ist nicht benutzt, demnach 6,25 = 1 Stelle, 18,4 = 2 Stellen; 1 + 2 = 3 Stellen = **115**.

Sind Multiplikationen mehrmals durchzuführen, z. B. $6{,}25 \times 18{,}4 \times 3{,}25 \times 4 = \mathbf{1495}$, dann merkt man sich, wievielmal der linke Kennstrich benutzt ist, und zieht diese Anzahl von der Stellensumme ab. Es ist demnach die Stellenanzahl für obige Aufgabe. 1+2+1+1 = 5. Der linke Kennstrich ist nur 1 mal benutzt, folglich 5—1 = 4 Stellen. Dezimalzahlen wie 0,3, 0,5 haben **0** Stellen, 0,02, 0,04 weniger **1** Stelle, 0,004 usw. weniger **2** Stellen.

Division.

Anmerkung:
Bei der Division zieht man die entsprechenden Zahlengrößen voneinander ab.

1. Beispiel:
Berechne $\frac{9}{3} = 3$.

Anwendung:
Suche auf Teilung **D** mit dem Läufer die Zahl 9 auf, stelle die Zahl 3 (rechts) auf Teilung C auf 9 und lese links unter 1 auf D das Resultat 3 ab.

2. Beispiel:
Berechne $\frac{75}{12{,}5} = 6$.

Stelle wie bei Beispiel 1 auf sieben, fünf (Mitte zwischen 7 und 8) ein, setze die Zahl eins, zwei, fünf (links) auf Teilung C auf 7,5 und lese beim linken Kennstrich (1) das Resultat 6 ab.

Anmerkung:
Bei Bestimmung der Stellenzahl wird hier nicht wie bei der Multiplikation addiert, sondern subtrahiert. Liest man das Resultat am linken Kennstrich ab, dann bleibt die Stellenzahl dieselbe:
Stellenzahl des Zählers weniger Stellenzahl des Nenners + 1.

Aus Beispiel 2 ergibt sich die Stellenzahl wie folgt: 75 = 2 Stellen, 12,5 = 2 Stellen, 2—2 = 0. Resultat erscheint links + 1 = 1 Stellenzahl.

Wird, wie bei $\frac{385}{45{,}6} = 8{,}44$ das Resultat rechts abgelesen, dann ist die Stellenzahl = Zähler weniger Nenner. Die Zahl 385 = 3 Stellen, 45,6 = 2 Stellen; 3—2 = 1. Demnach Resultat **8**,44 (nicht 84,4).

3. Beispiel:
Berechne $\frac{37{,}5}{68{,}7} = \mathbf{0{,}547}$.

Zähler und Nenner hat hier je 2 Stellen. Das Resultat erscheint rechts, folglich ist die Stellenzahl 0, also **0**,547.

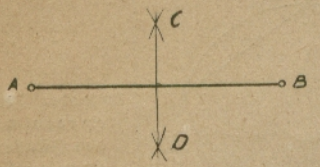
Zusammengesetzte Multiplikation und Division.

1. Beispiel:
$\frac{63 \times 2{,}8}{42{,}5} = \frac{63}{42{,}5} \times 2{,}8 = \mathbf{4{,}15}$.

Mit der Division beginnt man am vorteilhaftesten zuerst, und zwar $\frac{36}{42{,}5}$, liest das Resultat nicht ab, sondern sucht auf Teilung C mit dem Läufer die Zahl 2,8 und hat als Resultat die darunterstehende Zahl auf D mit 4,15. Eine ganze Schieberstellung ist nicht nötig gewesen und erhält infolgedessen als Stellenzahl die unveränderte Stellendifferenz. Oben 2+1 = 3, unten 2; 3—2 = 1. — Hat man mehrere Zahlen zu multiplizieren und zu dividieren, dann setze man die Zahlen so, daß unnötige Schieberumstellungen vermieden werden.

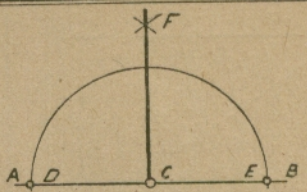
z. B. $\frac{25 \times 87 \times 19}{16 \times 54}$, besser $\frac{25 \times 19 \times 87}{16 \times 54}$

Geometrische Konstruktionen.



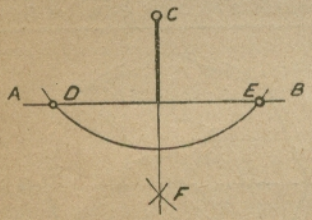
Aufgabe: Die Strecke AB ist zu halbieren.

Lösung: Schlage mit beliebiger Zirkelöffnung (größer als $\frac{1}{2}$ AB) von A und B Kreisbogen nach oben und unten. Verbinde die Schnittpunkte C und D miteinander. Die Verbindungslinie CD halbiert AB.



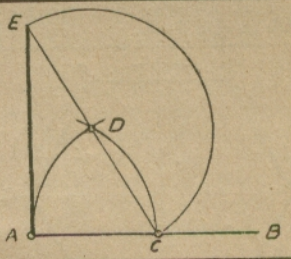
Aufgabe: In einem gegebenen Punkt C einer Geraden AB ist ein Lot zu errichten.

Lösung: Beschreibe mit beliebiger Zirkelöffnung von C auf AB einen Halbkreis, der die Gerade in den Punkten DE schneidet. Schlage gleichfalls mit beliebiger Zirkelspanne um D und E Kreisbogen, welche sich in F schneiden. Die Verbindungslinie FC ist das Lot.



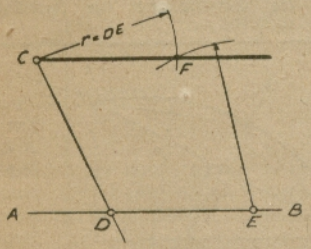
Aufgabe: Von einem gegebenen Punkt C ist ein Lot auf die Gerade AB zu fällen.

Lösung: Von C aus schlage mit beliebigem Zirkelschlag einen Kreisbogen, welcher die Gerade AB in den Punkten DE schneidet. Schlage mit beliebigem Radius Kreisbogen um D und E, welche sich in F schneiden. Die Verbindungslinie CF ist d. gesuchte Lot.



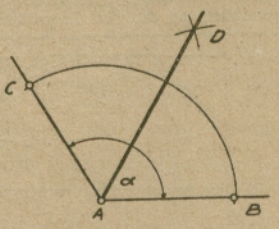
Aufgabe: Auf einer Geraden AB ist im Endpunkt A ein Lot zu errichten (rechter Winkel anzutragen).

Lösung: Schlage auf der Geraden AB mit beliebiger Zirkelöffnung die Kreisbogen CD um A, AD um C = Schnittpunkt D. Beschreibe um Punkt D mit DC einen Kreisbogen, verbinde CD und verlängere die Gerade, bis sie den Kreisbogen in E schneidet. Die Verbindungslinie AE ist das Lot auf AB.



Aufgabe: Durch einen gegebenen Punkt C ist eine Parallele zu einer gegebenen Geraden AB zu ziehen.

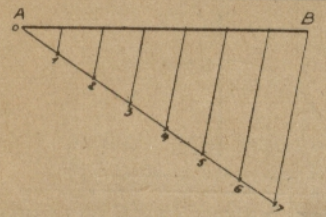
Lösung: Ziehe durch Punkt C eine beliebige Hilfslinie, die AB in D schneidet. Beschreibe um D mit beliebiger Zirkelöffnung auf AB einen Kreisbogen = Punkt E. Nimm DE als Radius und schlage um C einen Kreisbogen, schlage darauf um E mit der Zirkelspanne CD einen Kreisbogen, der den vorhin geschlagenen Bogen in F trifft. Die Verbindungslinie CF läuft parallel AB.



Aufgabe: Der Winkel α ist zu halbieren.

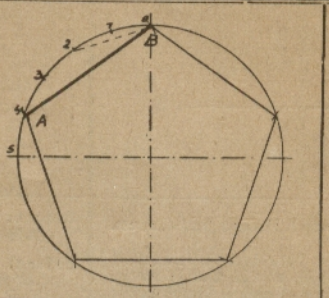
Lösung: Beschreibe um den Scheitelpunkt A einen beliebigen Kreisbogen, der die Schenkel des Winkels in Punkt B und C schneidet. Schlage von B und C mit beliebiger Zirkelspanne Kreisbogen, die sich in D treffen. Die Verbindungslinie AD ist die Winkelhalbierende.

Geometrische Konstruktionen (Fortsetzung).



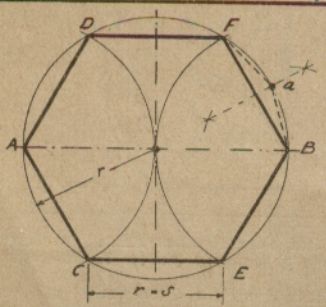
Aufgabe: Die Strecke A B ist in 7 gleiche Teile zu teilen.

Lösung: Ziehe von A eine Gerade unter beliebigem Winkel. Trage darauf 7 gleiche Teile ab. Verbinde B mit dem Teilpunkt 7 und ziehe zu dieser Linie Parallele durch alle anderen Teilpunkte. Die Schnittpunkte der Linie A B sind die gesuchten gleichen Teile.



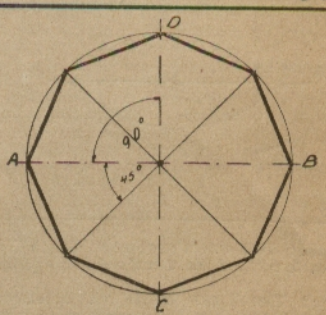
Aufgabe: Zeichne ein regelmäßiges Fünfeck in einen gegebenen Kreis.

Lösung: Teile Viertelkreis 0 bis 5 in 5 gleiche Teile, verbinde Punkt 4 mit 0, dann ist Linie A B eine Seite des Fünfecks. Trage die Entfernung A B noch viermal auf die Kreislinie und verbinde die Teilungspunkte. — Beim Zehneck ist die Verbindungslinie 2 bis 0 die Seite des Zehnecks.



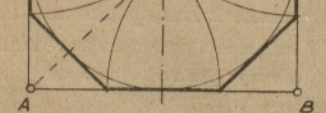
Aufgabe: Ein regelmäßiges Sechseck in einen gegebenen Kreis zu zeichnen.

Lösung: Nimm Radius r und schlage von A und B aus Bogen, die die Kreislinie in C D und E F schneiden. Verbinde dann die Punkte durch Linien. — Beim Zwölfeck halbiere Seiten, den Schnittpunkt (a) verbinde dann mit den Sechseckpunkten.



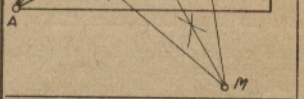
Aufgabe: In einen Kreis ein regelmäßiges Achteck zu zeichnen.

Lösung: Ziehe die Durchmesser A B und C D, halbiere die 90° Winkel (mit 45° Winkel), ziehe die Winkelhalbierenden und verbinde die Schnittpunkte der Kreislinie untereinander.



Aufgabe: Ein Achteck um einen Kreis zu zeichnen.

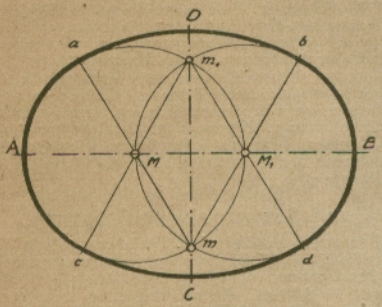
Lösung: Zeichne um den Kreis ein Quadrat, setze in den Punkten A, B, C, D die Zirkelspanne A M ein und schlage Bogen, welche die Quadratseiten schneiden; verbinde dann die entstandenen Schnittpunkte.



Aufgabe: Gegeben ist Sehne A B und die Scheitelhöhe a. Suche Mittelpunkt M des Bogens über der Sehne AB.

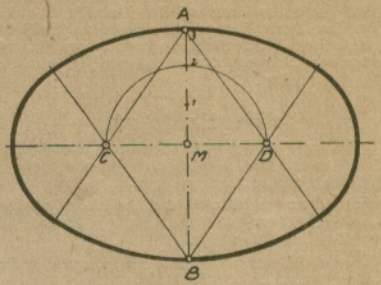
Lösung: Schlage von A und B nach oben und unten beliebig große Kreisbogen. Verbinde die Schnittpunkte miteinander. Trage von C nach D Scheitelhöhe a ab. Verbinde D mit A und B. Halbiere die Hilfslinien A D und D B, wie bei A B, und ziehe durch die Schnittpunkte Linien, bis sie sich in M schneiden. M ist der Mittelpunkt des Bogens über Sehne AB.

Geometrische Konstruktionen (Fortsetzung).



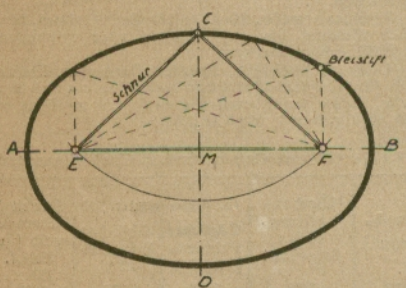
Aufgabe: Zeichne ein Oval, von dem die große Achse A B gegeben ist.

Lösung: Ziehe in der Mitte von A B die kleine Achse C D, teile A B in drei gleiche Teile (Mittelpunkt M, M_1). Schlage um M und M_1 mit A M Kreise. Verbinde die Schnittpunkte m und m_1 über M und M_1 hinaus, bis sie die Kreislinien in den Punkten a, b, c und d schneiden. Von m und m_1 schlage von den letzten Schnittpunkten die Schlußbogen ab, cd.



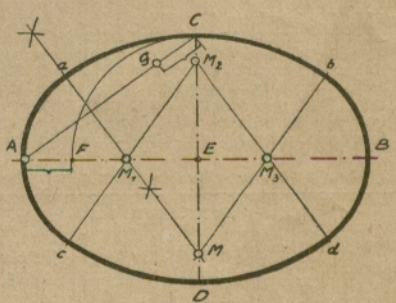
Aufgabe: Ein Oval zu konstruieren, von dem die kleine Achse A B gegeben ist.

Lösung: Halbiere kleine Achse A B. Ziehe durch M senkrecht zu A B eine Linie (Achse). Teile A M in drei gleiche Teile und schlage von M mit $^2/_3$ A M einen Kreisbogen, der die große Achse in C und D schneidet. Ziehe von A und B durch C und D Hilfslinien. A und B sind die Mittelpunkte der großen Bogen, C und D die der Schlußbogen.



Aufgabe: Eine Ellipse mittels Schnur zu konstruieren, von der die große Achse A B und die kleine Achse C D gegeben sind (Schnurmethode).

Lösung: Nimm halbe große Achse A M in den Zirkel und schlage um C (bzw. D) einen Kreisbogen, der die große Achse in E und F schneidet. Schlage in E und F Stifte ein und bringe an diese eine Schnur, und zwar von der Länge, daß sie von F über C bis E reicht. Mit einem Bleistift führe dann die Schnur so herum, wie die gestrichelte Linie in der Zeichnung andeutet.



Aufgabe: Eine Ellipse zu konstruieren, wenn gegeben ist große Achse A B und kleine Achse C D.

Lösung: Schlage um Schnittpunkt E mit C E auf die große Achse den Viertelkreis C F, verbinde A mit C. Trage Teil A F auf Linie A C bis G ab. Halbiere A G; ziehe durch die Schnittpunkte die Mittelsenkrechte, die die große Achse in M_1, die kleine Achse in M schneidet. Trage M_1 E von E nach M_3 und E M von E nach M_2. Die Punkte sind die Mittelpunkte für die Bogen a c, a b, b d und d c.

Krankenversicherung.

Träger der Versicherung.

Orts- und Landkrankenkassen für nicht in anderen Kassen Versicherte, Betriebskrankenkassen für Betriebe mit mindestens 150 Versicherungspflichtigen, Innungskrankenkassen, Knappschaftskrankenkassen für Bergleute, Ersatzkassen.

Mitgliedschaft.

Für Versicherungs**pflichtige** mit Eintritt in die Beschäftigung, für Versicherungs**berechtigte** mit Beitritt zur Kasse.

Erlöschen der Mitgliedschaft bei Uebertritt in eine andere Kasse oder Ausscheiden aus der Beschäftigung (siehe Weiterversicherung).

An- und Abmeldung (innerhalb 3 Tagen) ist Sache des Arbeitgebers.

Beiträge.

In der Regel zahlt Arbeitgeber 1/3, Arbeitnehmer 2/3. Höhe der Beiträge nach Satzung bis 7,5 % des Grundlohnes. Zahlung erfolgt durch Arbeitgeber, der Anteil des Versicherten vom Lohn abzieht. Beitrag ruht bei Erwerbsunfähigkeit. Zurzeit werden 3% des Grundlohnes für Erwerbslosenfürsorge mit eingezogen (je zur Hälfte vom Arbeitgeber und Arbeitnehmer zu tragen).

Versicherungspflicht.

Voraussetzung: Beschäftigung gegen Entgelt (Ausnahmen: Lehrlinge, Hausgewerbetreibende).

A. **Ohne Einkommengrenze.** Arbeiter, Gehilfen, Gesellen, Dienstboten, Lehrlinge, Hausgewerbetreibende.

B. **Mit Einkommen bis 2700 RM.** Betriebsbeamte, Werkmeister und ähnliche Angestellte im Hauptberuf, Handlungs- und Apothekergehilfen und -Lehrlinge, Bühnenmitglieder und Musiker, Lehrer, Erzieher, Angestellte für Erziehung, Unterricht, Fürsorge, Kranken- und Wohlfahrtspflege im Hauptberuf (es gibt Ausnahmen!), Besatzungen der deutschen See- und Binnenschiffahrt.

Versicherungsfreiheit.

A. **Ohne Antrag.** Beamte des Reichs, der Deutschen Reichsbahn-Gesellschaft, eines Landes, einer Gemeinde, eines Versicherungsträgers mit Anspruch auf Gehalt oder mindestens Krankenhilfe im Ausmaß der Regelleistungen einer Krankenkasse oder des anderthalbfachen Betrages des Krankengeldes, Lehrer an öffentlichen Schulen oder Anstalten.

B. **Auf Antrag.** Lehrlinge im Betriebe der Eltern, Beamte im Dienst öffentlicher Körperschaften während der Ausbildung oder mit Anspruch auf Ruhegehalt.

Versicherungsberechtigung.

Freiwilliger Beitritt. Versicherungsfreie Personen bis 2700 RM. Einkommen, Familienangehörige des Arbeitgebers, ohne Arbeitsverhältnis und ohne Entgelt beschäftigt, Gewerbetreibende mit regelmäßigen, höchstens 2 Versicherungspflichtigen.

Weiterversicherung. Auf Antrag innerhalb 3 Wochen nach Austritt aus versicherungspflichtiger Beschäftigung.

Leistungen der Kasse.

1. **Krankenhilfe.**

a) Krankenpflege vom Beginn der Krankheit ab (ärztliche Behandung, Arznei, Brillen, Bruchbänder, kleine Heilmittel),

b) Krankengeld = Hälfte des Grundlohnes vom 4. Krankheitstage an bis zur Dauer von 26 Wochen.

An Stelle von a) und b) Krankenhauspflege nebst Zahlung eines Hausgeldes an Angehörige (Hälfte des Krankengeldes).

2. **Wochenhilfe.** Siehe Satzungen der betreffenden Kasse. U. a. Wochengeld = Krankengeld für 10 Wochen, Stillgeld = Hälfte des Krankengeldes für 12 Wochen.

3. **Sterbegeld.** 20faches des Grundlohnes, kann durch Satzung bis auf 40faches oder mindestens 50 RM. erhöht werden.

4. **Familienhilfe.** Krankenpflege oder Sterbegeld für Familienangehörige nach Satzung der betr. Kasse, unter besonderen Voraussetzungen Wochen- und Stillgeld wie für Versicherte.

Beiträge und Regelleistungen einer Krankenkasse (Allgem. Ortskrankenk. d. Stadt Hannover).

Lohnstufe	Arbeitsentgelt für den Kalendertag RM.	für die Woche RM.	für den Monat RM.	für das Jahr RM	Grundlohn RM.	Wochenbeitrag (6%) insgesamt RM.	Regelleistungen (Mehrleistungen siehe Satzung) Tägliches Krankengeld 50% RM.	Tägliches Hausgeld 25% RM.	Sterbegeld für Mitgl. 20 × RM.
1	bis 0,90	bis 6,30	bis 27	bis 324	—,60	—,24	—,30	—,15	12
2	„ 1,50	„ 10,50	„ 45	„ 540	1,20	—,51	—,60	—,30	24
3	„ 2,10	„ 14,70	„ 63	„ 756	1,80	—,75	—,90	—,45	36
4	„ 2,70	„ 18,90	„ 81	„ 972	2,40	1,02	1,20	—,60	48
5	„ 3,30	„ 23,10	„ 99	„ 1188	3,—	1,26	1,50	—,75	60
6	„ 3,90	„ 27,30	„ 117	„ 1404	3,60	1,50	1,80	—,90	72
7	„ 4,50	„ 31,50	„ 135	„ 1620	4,20	1,77	2,10	1,05	84
8	„ 5,10	„ 35,70	„ 153	„ 1836	4,80	2,01	2,40	1,20	96
9	„ 5,70	„ 39,90	„ 171	„ 2052	5,40	2,28	2,70	1,35	108
10	„ 6,30	„ 44,10	„ 189	„ 2268	6,—	2,52	3,—	1,50	120
11	„ 6,90	„ 48,30	„ 207	„ 2484	6,60	2,76	3,30	1,65	132
12	über 6,90	über 48,30	über 207	über 2484	7,20	3,03	3,60	1,80	144

Anmerkung: Die Woche ist zu 7, der Monat zu 30, das Jahr zu 360 Tagen anzusetzen. Akkordarbeiter werden nach dem Durchschnitt eines gleichartigen Arbeiters im letzten Monat eingestuft. Aenderung der Lohnstufe vom nächsten Montag ab (binnen 3 Tagen zu melden). Männliche Lehrlinge unter 4,20 RM., weibliche unter 3,— RM. Wochenverdienst und ohne Kost und Wohnung gelten als ohne Entgelt beschäftigt und zahlen 3/4 der niedrigsten Lohnstufe.

Krankenversicherung (Fortsetzung).

Wert der Sachbezüge. (Hannover, März 1927.)

Für	Einzelmahlzeiten: Morg.-Kaffee 1/10 RM.	Frühstück 1/10 RM.	Mittagessen 4/10 RM.	Nachm.-Kaffee 1/10 RM.	Abendessen 2/10 RM.	Volle Kost 9/10 RM.	Wohnung 1/10 RM.	Kost und Wohnung täglich RM.	Kost und Wohnung monatlich RM.	Familienwohnung jährlich: ohne Licht und Heizg. RM.	nur mit Licht RM.	nur mit Heizung RM.	mit Licht und Heizg. RM.
männliche Versicherte ausschließlich Lehrlinge	—,12	—,12	—,48	—,12	—,24	1,08	—,12	1,20	36,—	300	330	370	400
weibliche Versicherte und Lehrlg. all. Berufe	—,10	—,10	—,40	—,10	—,20	—,90	—,10	1,—	30,—				

1. Beispiel: Welchen wöchentlichen Beitrag hat eine Hausangestellte mit 25 RM. Monatslohn nebst freier Kost und Wohnung zu entrichten?

Lösung: Monatlicher Lohn . . . . . 25,— RM.
Kost und Wohnung . . . . . 30,— „
55,— RM.
Grundlohnklasse 3 = 75 Pf. Wochenbeitrag.
Zu zahlender Betrag = 50 Pf.

2. Beispiel: Wieviel Krankengeld erhält die Hausangestellte bei einer Erkrankung von monatlicher Dauer?

Lösung: Tägliches Krankengeld . . . . —,90 RM.
Für 27 Tage . . . . . 24,30 „
(Hinzu kommt der viel höhere Betrag für Krankenpflege.)

3. Beispiel: Welchen Beitrag hat ein Lehrling mit 3 RM. Wochenlohn wöchentlich zu zahlen?

Lösung: Wochenlohn . . . . . 3,— RM.
3/4 der Grundlohnklasse 1 . . . . . 18 Pf.
Zu zahlender Betrag = 12 Pf.

4. Beispiel: Wieviel Krankengeld erhält dieser Lehrling bei einer 14tägigen Krankheit?

Lösung: Tägliches Krankengeld . . . . —,30 RM.
Für 11 Tage . . . . . 3,30 „

Wiege dich, und lebe danach.

Der normale Mensch soll (ohne Bekleidungsstücke) **wiegen:**

Knaben		Mädchen		Männer		Frauen	
Alter	Gewicht kg	Alter	Gewicht kg	Größe	Gewicht kg	Größe	Gewicht kg
5	22 1/2	5	18 1/4	1,56	55 1/4	1,46	43 1/2
6	24 1/2	6	19 1/2	1,58	57 3/4	1,48	45 1/2
7	25 3/4	7	21 3/4	1,60	60 1/4	1,50	46 1/4
8	27 1/4	8	23 1/2	1,62	62 1/2	1,52	47 1/2
9	29 1/2	9	25 3/4	1,64	63 3/4	1,54	49 1/2
10	31 1/4	10	28	1,66	65	1,56	50 3/4
11	33 1/4	11	31 1/4	1,68	66	1,58	52 1/4
12	35 3/4	12	35 1/2	1,70	67	1,60	55 1/4
13	38 3/4	13	40 1/4	1,72	69 1/2	1,62	57 1/4
14	41 3/4	14	44 1/2	1,74	72	1,64	59 3/4
15	46 3/4	15	48	1,76	74 1/4	1,66	62 3/4
				1,78	76 3/4	1,68	63 3/4
				1,80	78 1/4	1,70	66 3/4
				1,82	80	1,72	70 1/2
				1,84	81 1/2	1,74	74 1/2

Invaliden- und Hinterbliebenenversicherung.

Träger der Versicherung.

Die Landes-Versicherungsanstalten.

Versicherungspflicht.

Arbeiter, Gesellen, Hausgehilfen, Hausgewerbetreibende, Schiffsbesatzungen der deutschen See- und Binnenschiffahrt, Gehilfen und Lehrlinge, soweit sie gegen Entgelt beschäftigt werden (Lohn, Gehalt, Gewinnanteil, Trink- und Taschengeld) und nicht bei der Angestelltenversicherung pflichtig sind.

Versicherungsfreiheit.

A. Ohne Antrag: Die unter Krankenversicherung A (Versicherungsfreiheit) genannten Personen.

B. Auf Antrag: Empfänger von Ruhegeld u. dgl., Studierende, die zwecks Ausbildung praktisch tätig sind, Personen, die nicht mehr als 50 Tage im Jahr Lohnarbeit verrichten.

Versicherungsberechtigung.

a) Selbstversicherung: Eintritt bis zum 40. Lebensjahr für Gewerbetreibende mit ständig höchstens 2 Versicherungspflichtigen; Personen, die als Entgelt nur freien Unterhalt bekommen; Personen, die nicht berufsmäßig, aber gelegentlich gegen geringes Entgelt Lohnarbeit verrichten (in 2 Jahren mindestens 40 Marken).

b) Weiterversicherung: Nicht mehr Versicherungspflichtige behalten Anwartschaft, wenn in 2 Jahren 20 Marken geklebt werden. Beitrag nach Höhe des Einkommens, mindestens für 2. Lohnklasse.

Beiträge.

Lohnklasse	Wochenlohn	Wöchentlicher Beitrag
1	bis 6 RM.	30 Pf. (25)
2	6—12 „	60 „ (50)
3	12—18 „	90 „ (70)
4	18—24 „	120 „ (100)
5	24—30 „	150 „ (120)
6	mehr als 30 „	180 „ (140)
7	„ „ 36 „	200 „

Anmerkung: Die eingeklammerten Sätze gelten bis zum 27. Juni 1927, Kl. 7 ab 1. 1. 28.

Zahlung durch Einkleben von Beitragsmarken in Quittungskarte (gilt 2 Jahre) durch Arbeitgeber. Marken müssen durch Aufschrift des Datums entwertet werden. Bei mehreren Arbeitgebern zahlt der erste in jeder Woche den Beitrag. Arbeitgeber und Arbeitnehmer zahlen je die Hälfte des Beitrags. Für Versicherte unter 6 RM. Wochenlohn zahlt Arbeitgeber allein.

Wichtig: Quittungskarten alle 2 Jahre umtauschen. Aufrechnungen sorgfältig aufbewahren!

Leistungen.

Anträge dazu an Versicherungsamt oder Versicherungsanstalt.

Voraussetzung für Bezug von Renten:
1. Erfüllung der Wartezeit, und
2. entweder Vollendung des 65. Lebensjahres oder dauernde oder zeitweise Invalidität (nach Aufhören des Krankengeldes).

Es werden gewährt: 1. Invalidenrente, 2. Witwenrente, 3. Witwerrente, 4. Waisenrente, 5. Heilverfahren.

Invalidenrente erhält, wer das 65. Lebensjahr vollendet hat oder nicht mehr imstande ist, 1/3 dessen zu verdienen, was eine gesunde Person mit gleicher Ausbildung in derselben Gegend zu verdienen pflegt.

Witwenrente erhält die erwerbsunfähige oder 65 Jahre alte Witwe.

Waisenrente erhalten Kinder des verstorbenen Versicherten bis zur Vollendung des 15. Lebensjahres (evtl. länger).

Heilverfahren zur Abwendung drohender Invalidität (auch für Witwen).

Wartezeit: 200 Beitragswochen, davon 100 auf Grund der Versicherungspflicht, sonst 500. Beiträge zur Angestelltenversicherung können angerechnet werden.

Berechnung der Renten.

A. Invalidenrente:
1. Reichszuschuß 72 RM.
2. Anteil der Versicherungsanstalt
   a) Grundbetrag 168 RM.
   b) Steigerungsbetrag = 20% der seit dem 1. Januar 1924 entrichteten Beiträge.

Vor dem 30. September 1921 entrichtete Beiträge werden angerechnet:

1.	Lohnklasse mit	2 Pf.	Steigerungsbetrag
2.	„ „	4 „	„
3.	„ „	8 „	„
4.	„ „	14 „	„
5.	„ „	20 „	„

Kinderzuschuß für jedes Kind bis zum vollendeten 15. Lebensjahr 90 RM.

B. Witwenrente (Waisenrente):
1. Reichszuschuß 72 RM. (36 RM.).
2. Anteil der Versicherungsanstalt 6/10 (5/10) des Grund- und Steigerungsbetrages. Witwen- und Waisenrente zusammen höchstens 80% des Jahresarbeitsverdienstes eines gesunden Arbeiters derselben Berufsgruppe in derselben Gegend.

Bei Bezug von Unfallrenten muß gegebenenfalls Invalidenrente gekürzt werden.

Berufung über Festsetzung der Renten beim Oberversicherungsamt, weiter b. Reichsversicherungsamt in Berlin.

---

1. Beispiel: Wieviel Invalidenrente bezieht ein Versicherter mit folgender Beitragsleistung:

a) vor dem 30. September 1921:

200	Beitragswochen	in Lohnklasse	2
300	„	„ „	3
500	„	„ „	4
100	„	„ „	5

b) nach dem 1. Januar 1924:

52	Beitragswochen	in Lohnklasse	4 (120 Pf.)
52	„	„ „	5 (150 „)
52	„	„ „	6 (180 „)

und 2 Kindern unter 15 Jahren?

Lösung:

Reichszuschuß		72,— RM.
Grundbetrag		168,— „
Steigerungsbeträge:		
a) 200 × 4 Pf. . . .	8,—	
300 × 8 „ . . .	24,—	
500 × 14 „ . . .	70,—	
100 × 20 „ . . .	20,—	
b) 20% v. 52×120 Pf.	12,48	
20% „ 52×150 „	15,60	
20% „ 52×180 „	18,72	168,80 „
2 × Kinderzuschuß		180,— „
		588,80 RM.

2. Beispiel: Wieviel Rente würde die erwerbsunfähige Witwe mit 2 Kindern erhalten?

Lösung:

Reichszuschuß 72,— + 2×36,—		144,— RM.
Anteil d. Versicherungsanstalt:		
Witwe 6/10 von 336,80 . .		202,08 „
2 Kinder 2 × 5/10 von 336,80		336,80 „
		682,88 RM.

Angestelltenversicherung.

Träger der Versicherung.

Reichsversicherungsanstalt in Berlin-Wilmersdorf, Ruhrstraße 2.

Versicherungspflicht.

Angestellte in leitender Stellung, alle unter Krankenversicherung, Versicherungspflicht B, genannten Personen, von den Schiffsbesatzungen die Schiffsführer, Offiziere, Verwalter und ähnliche.

Voraussetzung: Berufsfähigkeit, Beschäftigung gegen Entgelt (weniger als 6000 RM. Jahresarbeitsverdienst), Eintritt vor vollendetem 60. Lebensjahre (Ausnahme: bei Uebertritt von Invaliden- und Hinterbliebenenversicherung).

Versicherungsfreiheit.

Ohne Antrag: Alle gegen freien Unterhalt beschäftigten Personen, Beamte des Reiches usw. (s. Krankenversicherung, Versicherungspflicht unter A) mit Anspruch auf Ruhegehalt und Hinterbliebenen-Versorgung.

Auf Antrag von eigener Beitragsleistung: Inhaber einer Lebensversicherung unter bestimmten Voraussetzungen (Halbversicherte).

Versicherungsberechtigung.

A. Selbstversicherung: Eintritt bis zum vollendeten 40. Lebensjahre für Angestellte mit mehr als 6000 RM. Jahresarbeitsverdienst, Personen mit ähnlicher Tätigkeit, wie Versicherungspflichtige für eigene Rechnung oder mit nur freiem Unterhalt oder während der Ausbildung.

B. Weiterversicherung: Personen, die aus der Versicherungspflicht nach mindestens viermonatiger Beitragszahlung ausscheiden oder Selbstversicherte (Beitrag in der Regel nicht unter der bisherigen Gehaltsklasse).

Anwartschaft erlischt bei zu geringer Zahl der Beitragswochen, sie kann wiedererworben werden.

Beiträge.

Gehaltsklasse	Monatlicher Arbeitsverdienst	Monatsbeitrag
A	bis 50 RM.	2 RM.
B	50 „ 100 „	4 „
C	100 „ 200 „	8 „
D	200 „ 300 „	12 „
E	300 „ 400 „	16 „
F	mehr als 400 „	20 „
G	für freiwillige Höherversicherung	25 „
H	„ „ „	30 „

Beitragszahlung durch Kleben von Marken (Datumsentwertung, bei Selbstversicherten mit Zusatz „f") in Quittungskarten (Gültigkeit 3 Jahre). Zahlung je zur Hälfte vom Arbeitgeber und Arbeitnehmer, bei weniger als 50 RM. Monatseinkommen und Lehrlingen durch Arbeitgeber allein, bei Halbversicherten nur Anteil des Arbeitgebers, bei freiwilliger Höherversicherung Überschuß nur durch Arbeitnehmer. Teilbeschäftigte können Arbeitgeberbeitrag anteilig ersetzen lassen.

Leistungen der Versicherung.

Ruhegeld nach vollendetem 65. Lebensjahre oder dauernder oder längerer Berufsunfähigkeit (weniger als die Hälfte der vollen Berufsfähigkeit).

Witwenrente auch für erwerbsfähige Witwen. Bei Wiederverheiratung Abfindung.

Witwerrente für erwerbsunfähige Witwer einer versicherungspflichtigen Ehefrau.

Waisenrente bis zur Vollendung des 15. Lebensjahres (evtl. länger).

Heilverfahren, um eine drohende Berufsunfähigkeit abzuwenden. Antrag einige Wochen vor gewünschtem Beginn der Kur mittels Antragsvordruck der Reichsversicherungsanstalt. Beitragsquittungen beifügen. Krankenkasse und Arbeitgeber von Antrag in Kenntnis setzen. Angehörige erhalten während des Heilverfahrens ein Hausgeld.

Wartezeit für männliche Versicherte 120, weibliche 60, Hinterbliebene 120, Selbstversicherer 180 Beitragsmonate.

Berechnung der Leistungen.

Anträge an Reichsversicherungsanstalt oder Versicherungsamt.

Ruhegeld: Grundbetrag 480 RM., Steigerungsbetrag = 1,5% der Beiträge seit 1. Januar 1924. Dazu evtl. Steigerungsbetrag der Gehaltsklasse F—J vom 1. Januar 1913 bis 31. Juli 1921, pro Beitrag: Gehaltsklasse F = 1 RM., G = 2 RM., H = 3 RM., J = 4 RM. Dazu Kinderzuschuß je 30 RM. Steigerungsbetrag aus der Invaliden- u. Hinterbliebenenversicherung treten evtl. hinzu (siehe 28).

Hinterbliebenenrenten: Witwen- und Witwerrente $^6/_{10}$, jede Waisenrente $^5/_{10}$ des Ruhegeldes ohne Kinderzuschuß, bis höchstens 80% des höchsten Jahresarbeitsverdienstes der höchsten Gehaltsklasse, der der Versicherte angehörte.

Beitragserstattung: Für weibliche Versicherte kann nach Ablauf der Wartezeit bei Tod oder Heirat die Hälfte der entrichteten Beiträge zurückerstattet werden.

---

1. Beispiel: Welches Ruhegehalt bezieht ein Angestellter mit folgender Beitragsleistung:

a) bis 31. Juli 1921:
24 Beitr. in Gehaltskl. G
36 „ „ „ H
b) seit dem 1. Januar 1924:
12 Beitr. in Gehaltskl. C
12 „ „ „ D
12 „ „ „ E

vom 31. Juli 1921 bis 1. Januar 1924 ebenfalls versichert, daher Wartezeit (120 Wochen) erfüllt.

mit 2 Kindern unter 15 Jahren?

Lösung:

Grundbetrag		480,— RM.
Steigerungsbeträge:		
a) 24×2 RM.	48,—	
36×3 „	108,—	
b) 15% v. 12× 8 RM.	14,40	
15% „ 12×12 „	21,60	
15% „ 12×16 „	28,80	220,80 „
2 × Kinderzuschuß		180,— „
		880,80 RM.

Hinzu treten u. Umst. Steigerungssätze aus der Invaliden- und Hinterbliebenenversicherung (siehe 28).

2. Beispiel: Wieviel Rente würde die Witwe des Versicherten mit 2 Kindern erhalten?

Lösung:

Witwe $^6/_{10}$ von 700,80	420,48 RM.
Kinder 2 × $^5/_{10}$ von 700,80	700,80 „
	1121,28 RM.

3. Beispiel: Welche Summe hat der Versicherte an Beiträgen gezahlt?

Lösung:

a) bis 31. Juli 1921:			
24 Beiträge in Gehaltskl. G	à 16,60	398,40 RM.	
36 „ „ „ H	„ 20,—	720,— „	
b) seit dem 1. Januar 1924:			
12 Beiträge in Gehaltskl. C	à 8,—	96,— RM.	
12 „ „ „ D	„ 12,—	144,— „	
12 „ „ „ E	„ 16,—	192,— „	
		1550,40 RM.	
Davon die Hälfte		775,20 RM.	

Unfallversicherung.

Träger der Versicherung.

Berufsgenossenschaften, Vereinigungen der Unternehmer gleichartiger oder verwandter Betriebe mit Unfall- oder Betriebskrankheitsgefahr.

Versicherungspflicht.

Alle Arbeiter, Gehilfen, Gesellen, Lehrlinge, Werkmeister, Techniker, Betriebsbeamte.

Versicherungsberechtigung.

Unternehmer für eigene Rechnung bis 8400 RM. Jahresarbeitsverdienst (nach Satzung evtl. höher).

Beiträge.

Versicherte sind beitragsfrei. Arbeitgeber zahlt nach im Vorjahre gezahlter Lohnsumme und der Gefahrenklasse des Betriebes Beiträge im Umlageverfahren (daher Führung von Lohnnachweisungen und Einreichung der Lohnlisten).

Leistungen der Versicherung.

Nur bei nicht vorsätzlich herbeigeführtem Unfall bzw. Tode: Krankenbehandlung, Berufsfürsorge, Unfallrente oder Krankengeld, Sterbegeld, Hinterbliebenenrente.

Krankenbehandlung durch Krankenkasse, evtl. in besonderer Unfallklinik.

Berufsfürsorge bezweckt Wiederherstellung der vollen Arbeitskraft für den bisherigen Beruf evtl. Aufnahme eines neuen Berufs und Erlangung einer Arbeitsstelle.

Unfallrente bei völliger Erwerbsunfähigkeit (länger als 13 Wochen) 2/3 des Jahresarbeitsverdienstes (Vollrente), bei teilweiser Erwerbsunfähigkeit einen Teil der Vollrente (Teilrente). Beträgt die Teilrente mehr als 50%, tritt Kinderzulage von je 10% der Teilrente bis zum 15. Lebensjahre hinzu. Teilrente von 10% kann nach 2 Jahren mit dreifachem Jahresbetrag, 25% Teilrente mit Zustimmung durch entsprechendes Kapital abgefunden werden.

Sterbegeld = 1/15 des Jahresarbeitsverdienstes.

Witwenrente = 1/5, bei Erwerbsunfähigkeit 2/5, Abfindung bei Wiederverheiratung 3/5 des Jahresarbeitsverdienstes.

Witwerrente während der Bedürftigkeit 2/5 des Jahresarbeitsverdienstes.

Waisenrente bis zum 15. Lebensjahre = 1/5 des Jahresarbeitsverdienstes, zusammen höchstens 4/5.

Anmeldung von Ansprüchen.

Durch Unternehmer binnen 3 Tagen bei Unfall an Polizeibehörde und Berufsgenossenschaft, bei Berufskrankheiten an Versicherungsamt und Berufsgenossenschaft.

Beispiel:
Ein verheirateter Arbeiter mit 2 Kindern und einem Jahresarbeitsverdienst von 1638,— RM. verunglückt.

1. Wie hoch ist die Unfallrente bei völliger Erwerbsunfähigkeit?

Lösung:

2/3 von 1638,—	1092,— RM.
für 2 Kinder 2 × 10% von 1092,—	218,40 „
	1310,40 RM.

2. Wie hoch ist die Teilrente bei 20% Erwerbsunfähigkeit?

Lösung:

20% von 1092,—	218,20 RM.

3. Wie hoch ist bei tödlichem Unfall das Sterbegeld?

Lösung:

1/15 von 1638,—	109,20 RM.

4. Wieviel Rente erhält die Witwe mit 2 Kindern?

Lösung:

Witwe 1/5 von 1638,—	327,60 RM.
2 Kinder 2 × 1/5 von 1638,— . .	655,20 „
	982,80 RM.

Verzeichnis der Berufsgenossenschaften.

1. Berufsgenossenschaft der Feinmechanik und Elektrotechnik, Berlin W 9, Köthener Straße 37.
2. Süddeutsche Eisen- und Stahl-Berufsgenossenschaft, Mainz, Breidenbacher Straße 13.
3. Nordöstliche Eisen- und Stahl-Berufsgenossenschaft, Berlin N 4, Gartenstraße 16/17, 2. Etage.
4. Schlesische Eisen- und Stahl-Berufsgenossenschaft, Breslau 5, Viktoriastraße 54
5. Nordwestliche Eisen- und Stahl-Berufsgenossenschaft, Hannover, Fundstraße 1 A, parterre.
6. Norddeutsche Metall-Berufsgenossenschaft, Berlin-Dahlem, Herrfurthstraße 19.
7. Glas-Berufsgenossenschaft, Berlin W 57, Goebenstraße 10, 3. Etage.
8. Töpferei-Berufsgenossenschaft, Berlin-Halensee, Ringbahnstraße 10.
9. Ziegelei-Berufsgenossenschaft, Berlin-Charlottenburg, Pestalozzistraße 5.
10. Berufsgenossenschaft der chemischen Industrie, Berlin W 10, Sigmundstraße 3.
11. Lederindustrie-Berufsgenossenschaft, Mainz, Breidenbacher Straße 13.
12. Norddeutsche Holz-Berufsgenossenschaft, Berlin W 30, Heilbronner Straße 4.
13. Nahrungsmittel-Industrie-Berufsgenossenschaft, Mannheim, Augusta-Anlage 24.
14. Bekleidungsindustrie-Berufsgenossenschaft, Berlin-Schmargendorf, Landecker Straße 3.
15. Hamburgische Baugewerks-Berufsgenossenschaft, Hamburg, Holstenwall 8, parterre, rechts.
16. Nordöstliche Baugewerks-Berufsgenossenschaft, Berlin-Wilmersdorf, Hildegardstraße 30.
17. Hannoversche Baugewerks-Berufsgenossenschaft, Hannover, Geibelstraße 16.
18. Sächsische Baugewerks-Berufsgenossenschaft, Dresden-A., Feldherrenstraße 2.
19. Bayerische Baugewerks-Berufsgenossenschaft, München, Loristraße 8.
20. Berufsgenossenschaft für den Einzelhandel, Berlin N W 7, Neue Wilhelmstraße 2.

Wichtige Merkmale über die Einkommensteuer.

Für Beamte, Angestellte und Lohnempfänger.

Der Steuerabzug beträgt im allgemeinen 10% des Bruttoarbeitslohnes. Steuerpflichtige Einkünfte sind: Gehälter und Löhne; ferner Tantiemen, Gratifikationen und sonstige geldwerte Vorteile, wie literarische Arbeiten, Wohnung, Mietwert der Wohnung im eigenen Hause, freie Kost und Sachbezüge (Lieferung von Nahrungsmitteln und dergleichen), außerdem Wartegelder, Ruhegehälter, Witwen- und Waisenpension usw. Steuerfrei sind im privaten Dienst Aufwandsentschädigungen (Dienstaufwand ist nachzuweisen), ferner Entschädigungen für vom Arbeitnehmer gestellte Arbeitsmittel (z. B. Schreibmaschine). Bei allen Einkommen bleibt ein Betrag bis zu 1200 RM. (monatlich 100 RM.) steuerfrei; Steuerbeiträge unter 81 Pfennig werden nicht eingetrieben, dadurch erhöht sich der steuerfreie Betrag auf rund 1300 RM. oder 108 RM. monatlich. — Der steuerfreie Lohnbetrag von 1200 RM. zerlegt sich in: 1. steuerfreien Lohnbetrag von 720 RM. jährlich (monatlich 60 RM.; wöchentlich 14,40 RM.); 2. Pauschalbetrag für Werbungskosten (Fahrten zur Arbeitsstätte, Aufwendungen für Werkzeuge, Berufskleidung usw.) von 240 RM. jährlich (monatlich 20 RM., wöchentlich 4,80 RM.) und 3. Pauschalbetrag für Sonderleistungen (Versicherungsbeiträge, Beiträge für Berufsorganisationen, Fortbildung in dem Beruf, Kirchensteuer usw.) von 240 RM. jährlich. Außerdem bleibt die „Familienermäßigung", und zwar je 1% für die Ehefrau und jedes Kind. (System der prozentualen Abzüge.) Beim System der festen Abzüge bleiben für die Ehefrau und für das erste Kind monatlich 10 RM. oder wöchentlich 2,40 RM. frei, für das zweite Kind 20 RM. oder 4,80 RM., für das dritte Kind 40 RM. oder 9,60 RM. monatlich bzw. wöchentlich frei. Bezüge gehen staffelförmig weiter bis zum zehnten Kind. Bei geringerem Einkommen wendet man besser das System der festen, bei höherem das System der prozentualen Bezüge an.

Erfolgt durch wirtschaftliche Verhältnisse eine besondere Beeinträchtigung der Leistungsfähigkeit des Arbeitnehmers, dann kann nach § 56 des E.-St.-G. Rückerstattung von Steuern gewährt werden bei: 1. besonderer Erziehung oder Berufsausbildung der Kinder; 2. Unterhalt mittelloser Angehöriger; 3. Krankheit, Körperverletzung, Verschuldung, Unglücksfällen usw.; 4. Anschaffungen beim erstgeborenen Kinde.

Eine besondere Steuerveranlagung findet statt, wenn das Einkommen 9200 RM. + 500 RM. Nettoeinkommen, (z. B. für etwaige Ueberstunden, Kapitalzinsen, Beteiligung an Gewerbebetrieb, Schriftstellerhonorar usw.) übersteigt. Werbungskosten, z. B. Miete, Licht, Heizung, Aufwendungen (z. B. Bücher) sind abzugsfähig.

1. Beispiel:
Ein lediger Gehilfe bezieht einen Wochenlohn von 60 RM. Wieviel Steuern werden ihm abgezogen?

Lösung:

Wochenlohn	60,—	RM.
Steuerfreier Betrag, 14,40+4,80+4,80	24,—	„
Zu versteuernde Summe	36,—	RM.
Hiervon ab 10%	3,60	„
Demnach auszuzahlender Wochenlohn 60 — 3,60	56,40	„

2. Beispiel:
Ein lediger Beamter bezieht monatlich 200 RM. an Gehalt. Welcher Betrag wird ihm nach Abzug der Steuer ausbezahlt?

Lösung:

Gehalt	200	RM.
Steuerfreies Einkommen	100	„
Zu versteuerndes Einkommen	100	RM.
Hiervon ab 10%	10	„
Auszahlung 200 — 10	190	„

3. Beispiel:
Ein Verheirateter hat 2 minderjährige Kinder und bezieht ein Bruttoarbeitseinkommen von 200 RM. Wieviel hat er an Steuern zu entrichten?

Lösung:

Bruttoeinkommen		200	RM.
Davon ab steuerfreier Betrag		100	„
Bleibt		100	RM.
Weiter sind abzusetzen:			
Für die Ehefrau	10 RM.		
„ das erste Kind	10 „		
„ „ „ zweite „	20 „	40	„
Bleibt zu versteuern		60	RM.

An Steuern sind zu zahlen 10% von 60 RM. = 6 RM.

4. Beispiel: Jemand verbessert seine wirtschaftliche Lage durch schriftstellerische Arbeiten. Wieviel hat er von seiner Nebeneinnahme, die 1500 RM. im Jahr betragen hat, zu versteuern?

Lösung: Einnahme 1500 RM.

Abzüge: Miete u. Abnutzg. des Arbeitszimmers	420 RM.		
Licht und Heizung	72 „		
Porti, Schreibmaterial usw.	38 „		
Sonstige Aufwendungen für die Einnahme, z. B. Auslagen für Zeichner, Reisen, die im Interesse der Einnahm. entstand. sind, Durchsicht des Manuskriptes usw.	270 „	800	„
Bleibt		700	RM.

Als Steuerbetrag sind für Ledige 10% zu entrichten. Für Verheiratete ermäßigt sich dieser Satz nach den erwähnten Familienermäßigungen.

Anmerkung: Bei Beispiel 3 würden nach prozentualem System abzurechnen sein 7% von 100 RM. = 7 RM. Steuersatz monatlich. In diesem Falle ist besser das System der festen Abzüge zu nehmen. — Hätte X. z. B. nach obigem Beispiel ein Einkommen von 300 RM., so bleiben 200 RM. zu versteuern. Nach den festen Abzügen könnten 40 RM. außerdem noch abgezogen werden. 10% von den verbleibenden 160 RM. ergeben monatlich 16 RM. an Steuern. Nach prozentualem System 7% von 200 RM. = 14 RM. monatlich. Demnach bietet für höhere Einkommen das prozentuale System einen größeren Vorteil.

Umsatzsteuer.

Die Umsatzsteuer beträgt 3/4 % (0,75 %) der umsatzsteuerpflichtigen Beträge. Es unterliegen ihr Lieferungen und Leistungen, die jemand innerhalb der von ihm selbständig ausgeübten gewerblichen oder beruflichen Tätigkeit im Inland gegen Entgelt ausführt. Auch wenn die Absicht auf Gewinnerzielung fehlt, ist die Steuerpflicht nicht ausgeschlossen. So sind auch die Geschäftsentnahmen für den Privatverbrauch usw. umsatzsteuerpflichtig.

Für einzelne freie Berufe gilt folgendes: Privatgelehrte, Künstler und Schriftsteller sind gemäß § 3, Abs. 1, Nr. 5 von der Umsatzsteuer befreit, wenn die steuerpflichtigen Umsätze im Kalenderjahr den Betrag von 6000 RM. nicht übersteigen.

Gewerbeertragssteuer.

Für die Ertragsermittelung ist der einkommensteuerpflichtige Gewinn einzusetzen. Zum Gewinn ist insbesondere hinzuzurechnen:

1. Zinsen für das dem Unternehmer oder einem Dritten gehörende Gewerbekapital, soweit es dem steuerpflichtigen Betriebe dauernd gewidmet ist.
2. Zinsen für Schulden zwecks Anlage, Erweiterung des Unternehmens, Verstärkung des Betriebskapitals oder sonstige Verbesserungen.
3. 1/4 des Miet- und des Pachtzinses für die dem Unternehmer dienenden gemieteten oder gepachteten Räume, Gebäude, Grundstücke usw.
4. Keine Hinzurechnung der Miete oder Pacht, wenn der Miet- oder Pachtzins zum gewerbesteuerpflichtigen Ertrage eines Unternehmers oder Vermieters oder Verpächters gehört und die Leitung des Unternehmens in ders. Gemeinde liegt.
5. Berechnung der Gewerbesteuergrundbeträge.

Bei Ertrag bis 1200 RM.	1/2 %
für die weiteren 1200 RM.	1 %
„ „ „ 1200 „	1 1/2 %
„ „ „ Beträge	2 %
Hierzu Zuschläge der Gemeinden	500 %

Beispiel:

Einkommensteuerpflichtiger Gewinn	6000	RM.
Hinzu für Errechnung des Ertrages:		
a) Zinsen für Darlehn usw.	300	„
b) Miete f. Geschäftsräume 3600 RM. davon 1/4	900	„
zusammen	7200	RM.
Die Veranlagungsbehörde setzt hiervon ab (Pauschale f. Dienste des Inhabers):	1500	„
steuerpflichtiger Ertrag	5700	RM.

Berechnung des Steuergrundbetrages:

Für 1200 RM. 1/2 %	6	RM.
für die nächsten 1200 RM. 1 %	12	„
„ „ „ 1200 „ 1 1/2 %	18	„
„ „ „ 2100 „ 2 %	42	„
Steuergrundbetrag	78	RM.

Zuschlag der Gemeinde 500 % von 78 RM. = 390 RM. Gewerbeertragssteuer.

Anmerkung: Zimmervermieterinnen werden größtenteils gewerbesteuerfrei sein, da nach Abzug der 1500 RM. Pauschale für Dienst des Inhabers kaum ein Ertrag übrig bleibt.

Aus der Kalkulation.

Unter Kalkulation versteht der Geschäftsmann das richtige Berechnen des Verkaufspreises seiner Waren und Arbeiten. Man ermittelt zunächst den Selbstkostenpreis und dann den Verkaufspreis.

Die Selbstkosten setzen sich zusammen:

a) aus dem Materialpreise (z. B. Rohstoffe), den Zutaten und den Halbfabrikaten (Steine, Rohre usw.). Zu dem Materialpreis kommen noch die Kosten für Fracht, Rollgeld, Lagergeld, Zoll, Reisekosten, Abfall hinzu.

b) aus der Lohnsumme (Geschäftsinhaber-, Gehilfen- und Lehrlingsentgelt). Hierbei wird aber nur der Entgelt für die wirklich geleistete Zeit in Anrechnung gebracht, während die allgemeinen Löhne bei den Unkosten berechnet werden. Hilft der Geschäftsinhaber bei der Arbeit mit, so kann er sich den entsprechenden Entgelt dafür berechnen.

c) aus den auf die Arbeit entfallenden Geschäftsunkosten. Man rechnet hierzu die Kosten für:

1. Mietwert der Geschäftsräume.
2. Heizung, Beleuchtung, Reinigung.
3. Instandhaltungskosten.
4. Geschäftsaufwendungen (Bücher, Porti, Schreibmaterialien, Fachschriften, Fernsprecher usw.).
5. Hilfsstoffe (Fette, Gas, elektrische Kraft).
6. Gewerbe- und Umsatzsteuer.
7. Beiträge für Kranken-, Invaliden- und Unfallversicherung usw.
8. Ferienlöhne, Löhne für unproduktive Arbeitskräfte (Geschäftsführer, Techniker, Schreibfräulein).
9. Verzinsung des Anlage- und Betriebskapitals.
10. Abschreibung der Werkzeuge, Geschäftseinrichtung usw. 10 % vom Anschaffungswert.
11. Abschreibung der Werkstattgebäude. 1/2 % vom Anschaffungswert.
12. Entgangener Meisterlohn (1000 Stunden im Jahr).

Als Verdienst rechnet man, je nach Größe des Geschäftes, einen Aufschlag von 10—20 % auf die Selbstkosten.

Münztabelle.

Staat	Einteilung und Benennung der Münzen	Man erhält in Reichsmark Stand v. 6. 5. 27	Man erhielt 1914 in Reichsmark
Europäische Staaten:	Rechnungseinheit		
Belgien	1 Belga = 5 Frank; 1 Frank = 100 Centimes	0,58	(1 Fr.) 0,81
Bulgarien	1 Lewa = 100 Stotinki	0,03	0,81
Dänemark	1 Krone = 100 Öre	1,12	1,12
Danzig	1 Gulden = 100 Pfennig = 1/25 Pfund Sterling.	0,82	—
Deutschland	1 Reichsmark = 100 Reichspfennige	1,00	1,00
England und Irland	1 Pfund Sterling (£) = 20 Schillings (s.) . . . 1 Schilling = 12 Pence (d.)	20,45	20,40
Estland	1 Estmark = 100 Pfennig	0,38	—
Finnland	1 Marka = 100 Penniä	0,11	—
Frankreich	1 Frank (fr.) = 100 Centimes	0,17	0,81
Holland (Niederlande)	1 Gulden (fl.) = 100 Cents	1,69	1,69
Italien	1 Lira = 100 Centesimi	0,22	0,81
Jugoslavien (Serbien)	1 Dinar = 100 Para	0,07	0,81
Lettland	1 Lat = 100 Santimes = 50 lett. Rubeln	0,82	—
Litauen	1 Litas (Lit.) = 100 Centas = 1/10 U. S. A. Dollar	0 42	—
Luxemburg	1 Frank = 100 Centimes	0,11	0,81
Norwegen	1 Krone = 100 Öre	1,09	1,12
Österreich	1 Schilling (S) = 100 Groschen (g.)	0,59	—
Polen	1 Zloty = 100 Groschen	0,46	—
Portugal	1 Escudo = 100 Centavos = (1000 Reis)	0,21	(1 Kr.) 4,54
Rumänien	1 Leu (Mehrzahl Lei) = 100 Bani	0,03	0,81
Rußland	1 Tscherwonez = 10 Rubel = 1000 Kopeken	21,65	(1 R.) 2,16
Schweden	1 Krone (Kr.) = 100 Öre	1,12	1,12
Schweiz	1 Frank (fr.) = 100 Centimes oder Rappen	0,81	0,81
Spanien	1 Peseta = 100 Centésimos	0,74	0,81
Tschechoslowakei	1 tschechische Krone (Kc) = 100 Heller	0,12	—
Ungarn	1 Pengö (K.) = 100 Fillér	0.73	—
Außereuropäische Staaten:			
Argentinien	1 Papier-Peso = 100 Centavos	1,76	0,80—1,60
Brasilien	1 Milreis = 1000 Reis (Einzahl Real)	0,48	2,29
China	1 Tael (Liang) = 10 Mace (Chieu) = 100 Kandarins (Fen) = 1000 Kash (Li)	ca. 3,30	3,05
Japan	1 Gold-Yen = 100 Sen = 1000 Rin	2,00	1,81
Mexiko	1 Peso Gold = 100 Centavos	ca. 2,25	4,40
Vereinigte Staaten	1 Dollar ($) = 100 Cents (c.)	4,21	4,20

Ältere Maße und Gewichte.

1 Eimer . . . . . 64,14 l	1 Klafter . . . . . 3,333 m³	1 Registertonne . . . . 2,833 m³
1 Elle . . . . . 66,69 cm	1 Knoten . . . . . 7,70 m	1 Scheffel = 16 Metzen = 54,69 l
1 Faden (preuß.) . . . 1,833 m	1 Kummt (Torfmaß) . 4,185 m³	1 Schock = 4 Mandel = 60 Stück
1 Faden (hamb.) . . . 1,919 m	1 Linie . . . . . 2,18 mm	1 Schritt . . . . . 71 cm
1 Fuder . . . . . 8,24 hl	1 Metze (preuß.) . . . . . 3,50 l	1 Wispel . . . . . 13,2 hl
1 Fuß (preuß.) . . . . 0,31 m	1 Quadratrute = 144 Quadratfuß . 14,10 m²	1 Yard (engl.) . . . . . 91 cm
1 Gros = 12 Dtzd. = 144 Stück		1 Zoll (preuß.) . . . . 2,61 cm

Geschwindigkeiten (Weg in der Sekunde).

Automobil . . . . . 20—25 m	Erdumdrehung am Aquator 465 m	Pferd im Schritt . . . . 1,1 m
Dampfschiff . . . . . 5—10 m	Flugmaschine . . . . 40—50 m	Radfahrer . . . . . 4,15 m
Elektrizität . . . 450 000 000 m	Fußgänger . . . . . 1,5 m	Schall . . . . . 333 m
Eisenbahnzug . . . . 16—30 m		Schwimmer . . . . . 1,1 m

Maßeinheiten.

Die Längeneinheit = 1 Meter = 1/40 000 000 des Erdumfanges.
Die Gewichtseinheit = 1 g = dem Gewicht von 1 cm³ destilliertem Wasser von + 4° C.
Die Druckeinheit = 1 Atmosphäre = dem Druck einer 760 mm hohen Quecksilbersäule auf 1 cm² = 1 kg.
Die Krafteinheit = 1 Meterkilogramm = der Kraft, welche 1 kg ein Meter hochhebt. 1 Pferdekraft (P.S.) = 75 mkg/sek.
Die Wärmeeinheit = 1 Kalorie = der Wärmemenge, die notwendig ist, um 1 kg Wasser um 1° C zu erwärmen.
Die Lichteinheit = Licht einer Normalkerze (HK). Die Normalkerze ist 20 mm stark und verbraucht stündlich 8,2 g Paraffin.
Die Winkeleinheit = 1 Grad (°) = 60 Min. 1 Min. = 60 Sek. 1 Kreis = 360°, 1 Halbkreis = 180°, 1 rechter Winkel = 1/4 eines Kreises = 90°, 1° = 90ste Teil eines rechten Winkels.

Die wichtigsten Post- und Eisenbahngebühren.

Bezeichnung der Sendungen	Gewicht	Ortsverkehr	Fernverkehr	Ungarn und Tschechoslowakei	Uebriges Ausland
Briefe	bis 20 g	0,05	0,10	0,20	0,25
	„ 250 g	0,10	0,20	jede weit. 20 g	jede weiteren
	„ 500 g	0,15	0,30	Ungarn 0,10	20 g
				Tschech. 0,15	0,15
				Meistgewicht 2 kg	
Postkarten		0,03	0,05	0,10	0,15
Drucksachen	Klasse A (Volldrucksachen)				
	bis 50 g	0,03	0,03		
	„ 100 g	0,05	0,05	0,05 je 50 g	
	„ 250 g	0,10	0,10	Meistgewicht 2 kg	
	„ 500 g	0,20	0,20	für einzeln versandte, un-	
	„ 1000 g	0,30	0,30	geteilte Druckbände 3 kg	
	Klasse B (Teildrucksachen)			(Ungarn je 100 g 5 Pf.,	
	bis 50 g	0,05	0,05	Volldrucksachen bis 50 g	
	Die übr. Gebühren wie für Klasse A. Für 1–2 kg (nur f. einzeln versandte, ungeteilte Druckbände zul.) 0,30 RM.			3 Pf.)	
Geschäftspapiere	bis 250 g	0,10	0,10	0,05 je 50 g, mind. 0,25	
	„ 500 g	0,20	0,20	(Ungarn je 100 g 5 Pf.,	
	„ 1000 g	0,30	0,30	mindestens 20 Pf.)	
				Meistgewicht 2 kg	
Warenproben	bis 250 g	0,10	0,10	je 50 g 0,05, mind. 0,10	
	„ 500 g	0,20	0,20	(Ungarn je 100 g 5 Pf.,	
				mindestens 10 Pf.)	
				Meistgewicht 500 g	
Päckchen	bis 1000 g	0,30	0,30	—	—**
Wertbriefe u. Wertpakete	1. Die Gebühr für gleichartige gewöhnliche Sendung. 2. Versicherung für je 100 RM. 0,05 RM., mindestens aber 0,10 RM. 3. Behandlungsgebühr: bis 100 RM. Wertangabe 0,40 RM., über 100 RM. 0,50 RM.; für unversiegelte Wertpakete (zulässig bis 100 RM.) 0,25 RM.				
Einschreiben	Für In- und Ausland 0,30 RM.				
Eilbestellung	Nach dem Ortsbestellbezirk Briefe 0,30, Pakete 0,50 RM. „ „ Landbestellbezirk „ 0,60, „ 1,— „ Briefe (Ausland) 0,50 RM.				
Nachnahmen	Vorzeigegebühr (Inland) 0,10 RM.				
Postauftrag	Gebühr für Einschreibsendung. Vorzeigegebühr 20 Pf. Postanweis.- bzw. Zahlkartengebühr.				

Anmerkung: Die Ferngebühren für Brief- und Wertsendungen, Postanweisungen gelten auch nach dem Saargebiet und Danzig.
Die Gebühren für Briefsendungen gelten ferner nach Luxemburg, Österreich, Litauen u. Memel.
** Päckchen nur nach Danzig zugelassen. (Größe nicht über 25×15×10 cm.)

Telegramme.

Im Ortsverkehr 0,05 RM. jedes Wort, mind. 0,50 RM.; im Fernverkehr 0,10 RM., mind. 1,— RM.

Zahlkarten

(Inland ausschließl. Saargebiet)

bis 25 RM.	0,10 RM.
„ 100 „	0,15 „
„ 250 „	0,20 „
„ 500 „	0,30 „
„ 750 „	0,40 „
„ 1000 „	0,50 „
darüber hinaus	0,60 „

Postanweisungen

bis 25 RM.	0,20 RM.
„ 100 „	0,40 „
„ 250 „	0,60 „
„ 500 „	0,80 „
„ 750 „	1,20 „
„ 1000 „	1,60 „

Meistbetrag 1000 RM.

Pakete

	1. bis 75	2. bis 375	3. Zone über 375 km
bis 5 kg	0,40	0,80	0,80 RM.
„ 6 „	0,45	0,90	1,20 „
„ 7 „	0,50	1,—	1,60 „
„ 8 „	0,55	1,20	2,— „
„ 9 „	0,60	1,40	2,40 „
„ 10 „	0,65	1,60	2,80 „
„ 11 „	0,70	1,80	3,20 „
„ 12 „	0,80	2,—	3,60 „
„ 13 „	0,90	2,20	4,— „
„ 14 „	1,—	2,40	4,40 „
„ 15 „	1,10	2,60	4,80 „
„ 16 „	1,20	2,80	5,20 „
„ 17 „	1,30	3,—	5,60 „
„ 18 „	1,40	3,20	6,— „
„ 19 „	1,50	3,40	6,40 „
„ 20 „	1,60	3,60	6,80 „

Eisenbahn-Fahrpreise.

Einheitssätze für 1 km:		Mindestpreise:	
1. Klasse	10,8 Pf.	1. Klasse	0,40 RM.
2. Klasse	7,5 „	2. Klasse	0,30 „
3. Klasse	5,0 „	3. Klasse	0,15 „
4. Klasse	3,3 „	4. Klasse	0,10 „
Militär	1,5 „	Militär	0,10 „

Für die Beförderung von Hunden wird der halbe Preis 3. Klasse für Eil- und Personenzüge erhoben.

Schnellzugzuschläge.

Klasse	Zone I bis 75 km	Zone II bis 150 km	Zone III über 150 km
1. Klasse	2,— RM.	4,— RM.	6,— RM.
2. Klasse	1,— „	2,— „	3,— „
3. Klasse	0,50 „	1,— „	1,50 „

Für Eilzüge kein Schnellzugzuschlag.

Gepäcktarif (Sätze für 10 kg).

Die Mindestfracht beträgt 10 kg. Mindestgebühr 20 Pf.

km	RM.	km	RM.	km	RM.
1—25	0,20	193—217	1,—	437—475	1,80
26—48	0,30	218—246	1,10	476—516	1,90
49—69	0,40	247—275	1,20	517—557	2,—
70—92	0,50	276—305	1,30	558—605	2,10
93—117	0,60	306—334	1,40	606—663	2,20
118—140	0,70	335—368	1,50	664—720	2,30
141—166	0,80	369—402	1,60	721—799	2,40
167—192	0,90	403—436	1,70	800—930	2,50

Fahrpreisermäßigung für Kinder.

Kinder bis zum vollendeten vierten Lebensjahre, für die kein besonderer Platz beansprucht wird, werden frei befördert. Für Kinder vom vollendeten vierten bis zum vollendeten zehnten Lebensjahre sowie jüngere Kinder, für die ein Platz beansprucht wird, ist eine Fahrkarte, auch Schnellzugzuschlagkarte zum halben Preise zu lösen. Für zwei solche Kinder kann eine Fahrkarte zum vollen Preise gelöst werden. Jedes Kind, für dessen Beförderung bezahlt wird, hat Anspruch auf einen ganzen Platz.

Aufgaben über Postgebühren.

1. Wieviel Porto kostet die Versendung von 800 RM. im Inland?

a) durch Wertbrief (bis 250 g):
Gebühr für gewöhnliche Sendung . . —,20 RM.
Versicherung, 8×5 Pf. . . . . —,40 „
Behandlungsgebühr . . . . . —,50 „
1,10 RM.
b) durch Postanweisung . . . . . 1,60 RM.
c) durch Zahlkarte . . . . . —,50 RM.
d) durch Postscheck (Barauszahlung):
1/2 0/00 von 800 RM. . . . . —,40 RM.
Feste Gebühr . . . . . —,15 „
—,55 RM.
e) durch Postscheck-Ueberweisung nichts.
f) durch telegraphische Postanweisung 6,— RM.

2. Wieviel Porto kostet ein Wertpaket von 2,5 kg Gewicht und 300 RM. Wert von Hannover nach Berlin (258 km, 2. Zone)?

Lösung:
Gebühr für gewöhnliche Sendung . . —,80 RM.
Versicherung, 3×5 Pf. . . . . —,15 „
Behandlungsgebühr . . . . . —,50 „
1,45 RM.

3. Wieviel Porto kostet ein Paket mit Büchern im Rechnungsbetrage von 20 RM. (Gew. 2,5 kg) als Nachnahme von Hannover nach Bückeburg?

Lösung:
Gebühr f. gewöhnl. Sendung (1. Zone) —,40 RM.
Vorzeigegebühr . . . . . —,10 „
Gebühr für Postanweisung . . . . —,20 „
—,70 RM.
(Nachnahme und Nachnahme lauten über 20,70 RM. Die Paketkarte ist mit 50 Pf. zu frankieren. Die Postanweisungs-Gebühr von 20 Pf. wird durch die Post vom Betrag abgezogen.)

4. Jemand will 300 RM. und Porto durch Postauftrag einziehen. Wieviel Porto kostet der Postauftrag? Über welchen Betrag hat er zu lauten?
Lösung: Gebühr für Brief —,10 RM.
„ „ Einschreiben —,30 „
Vorzeigegebühr . . . . —,20 „ —,60 RM.
Gebühr für Postanweisung . . . . —,80 „
1,40 RM.
Der Postauftrag lautet über 301,40 RM. und ist mit 60 Pf. zu frankieren. Für Postanweisung werden 80 Pf. durch Post vom Betrage abgezogen.

5. Wie teuer ist folgendes Telegramm aus Köln?
Berger, Engelbostelerdamm 15
Hannover.
Ankomme heute 22 Uhr 13. Bitte abholen. Fritz.
Lösung: 11×10 Pf. . . . . 1,10 RM
1×20 „ . . . . . —,20 „
1,30 RM.

Aufgabe über Eisenbahngebühren.

Eine Familie, bestehend aus 2 Erwachsenen, 1 Kinde im Alter von 9 Jahren, 1 Kinde von drei Jahren, fährt mit D-Zug 3. Klasse von Hannover über Kassel nach Frankfurt a. M. Gepäck: 3 Koffer im Gesamtgewicht von 45 kg.

Wieviel kostet die Fahrt (375 Tariftilometer)?

Lösung: 2 Erwachsene, 2×375×5 Pf. . 37,50 RM.
2 × Schnellzugzuschlag à 1,50 RM. . 3,— „
1 Kind, 1/2×375×5 Pf. . . . . 9,40 „
1 „ 1/2 × Schnellzugzuschlag à 1,50 —,75 „
1 „ frei . . . . . —,— „
Gepäck, 5×1,60 RM. . . . . 8,— „
58,65 RM.

Die größten Städte Deutschlands.

Ihre Entfernungen von Berlin und ihre Einwohnerzahlen nach der Volkszählung vom 16. Juni 1925.

Nr.	Ort	km	Einw.-Zahl	Nr.	Ort	km	Einw.-Zahl
1	Berlin	—	3931071	24	Halle a. d. S.	162	192330
2	Hamburg	287	1053983	25	Barmen	517	184923
3	Köln a. Rh.	583	693266	26	Altona	294	182071
4	München	723	671548	27	Kassel	430	168289
5	Leipzig	165	660140	28	Elberfeld	522	165074
6	Dresden	193	608025	29	Augsburg	661	162135
7	Breslau	333	553029	30	Bochum	485	156047
8	Essen a. d. R.	490	466133	31	Aachen	653	155296
9	Frankfurt a. M.	630	458422	32	Karlsruhe	762	144700
10	Düsseldorf	547	428999	33	Braunschweig	228	144677
11	Hannover	258	414108	34	Erfurt	270	134837
12	Nürnberg	524	384272	35	Krefeld	539	130048
13	Stuttgart	714	337643	36	Mülheim a. d. R.	542	126350
14	Chemnitz	211	323153	37	Hamborn	525	125767
15	Dortmund	466	319933	38	Lübeck	262	120299
16	Bremen	293	289667	39	M.-Gladbach	563	114787
17	Magdeburg	142	286752	40	Saarbrücken	868	110623
18	Königsberg i. Pr.	603	274575	41	Plauen i. V.	287	109953
19	Duisburg	519	272174	42	Mainz	668	109388
20	Stettin	135	250603	43	Münster i. W.	470	104750
21	Mannheim	717	242236	44	Oberhausen	517	104737
22	Kiel	342	211687	45	Wiesbaden	671	104177
23	Gelsenkirchen	496	205543	46	Ludwigshafen a. Rh.	735	100070

Für Berufsschule und Praxis

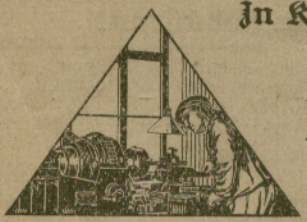
Neuerscheinungen:

Lehrbuch für Klempner

Fachzeichnen, Fachkunde, Fachrechnen,
von Arth. Wagner, Gewerbeoberlehrer

Teil 1: Gefäßklempnerei
Unterstufe
116 Seiten mit 85 Textabbildungen und 25 Bildtafeln RM. 1,50

Teil 2: Gefäß- und Bauklempnerei
Mittel- und Oberstufe
192 Seiten mit 70 Textabbildungen und 82 Bildtafeln RM. 2,70



In Kürze erscheint:

Lehrbuch für Maschinenschlosser
und verwandte Berufe

von Berufsschuldirektor Seidel

mit zahlreichen Zeichnungen, Bildtafeln usw.

In Vorbereitung befinden sich:

Lehrbuch für Zimmerer / Lehrbuch für Maurer
Lehrbuch für Tischler / Lehrbuch für Stellmacher

Fachkunde, Fachrechnen, Fachzeichnen
für Unter-, Mittel- und Oberstufe

Ferner Lehrbücher für die Berufe des Maschinen-,
Bekleidungs- und Nahrungsgewerbes

Verlag Gebrüder Jänecke, Hannover, Osterstraße 88/89